ガウスの消去法 **(例 1)** — 前進消去

$$
\left|\begin{array}{rrrrr}
x_1 + & 2x_2 - & 2x_3 + & x_4 & = & 0 \\
2x_1 + & 4x_2 - & x_3 - & 3x_4 & = & -1 \\
-2x_1 - & x_2 - & x_3 + & 2x_4 & = & -1
\end{array}\right.
$$

$$\updownarrow$$

$$
\widehat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}
$$

ガウスの消去法 (例 1) — 前進消去

$$\left|\begin{array}{rrrrrrrrr} x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & & & 3x_3 & - & 5x_4 & = & -1 \\ & & 3x_2 & - & 5x_3 & + & 4x_4 & = & -1 \end{array}\right.$$

$$\updownarrow$$

$$\widehat{\mathbf{A}}' = \mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\widehat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -5 & -1 \\ 0 & 3 & -5 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法 (例 1) — 前進消去

$$
\left|\begin{array}{rrrrrrrrr}
x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\
 & & 3x_2 & - & 5x_3 & + & 4x_4 & = & -1 \\
 & & & & 3x_3 & - & 5x_4 & = & -1
\end{array}\right.
$$

$$\updownarrow$$

$$
\widehat{\mathbf{A}}'' = \mathbf{R}(2,3)\widehat{\mathbf{A}}' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -5 & -1 \end{bmatrix}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法 (例 1) — 後退代入

$$\left|\begin{array}{rrrrrrrrr} x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & 3x_2 & - & 5x_3 & + & 4x_4 & = & -1 \\ & & & & x_3 & - & \frac{5}{3}x_4 & = & -\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$$\updownarrow$$

$$\widehat{\mathbf{A}}^3 = \mathbf{Q}(3;1/3)\widehat{\mathbf{A}}'' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

行基本変形 **1:** 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 **2:** 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 **3:** 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法 (例 1) — 後退代入

$$\left|\begin{array}{rrrrrrrrr} x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & 3x_2 & - & & & \frac{13}{3}x_4 & = & -\frac{8}{3} \\ & & & & x_3 & - & \frac{5}{3}x_4 & = & -\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$$\updownarrow$$

$$\widehat{\mathbf{A}}^4 = \mathbf{P}(2,3;5)\widehat{\mathbf{A}}^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -\frac{13}{3} & -\frac{8}{3} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法 (例 1) — 後退代入

$$
\left|\begin{array}{rrrrrr}
x_1 + & 2x_2 - & 2x_3 + & x_4 & = & 0 \\
 & x_2 - & & \frac{13}{9}x_4 & = & -\frac{8}{9} \\
 & & x_3 - & \frac{5}{3}x_4 & = & -\frac{1}{3}
\end{array}\right.
$$

$$\updownarrow$$

$$
\widehat{\mathbf{A}}^5 = \mathbf{Q}(2;1/3)\widehat{\mathbf{A}}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{13}{9} & -\frac{8}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法 (例 1) — 後退代入

$$
\left|\begin{array}{rrrrcr}
x_1 + & & & \frac{5}{9}x_4 & = & \frac{10}{9} \\
& x_2 - & & \frac{13}{9}x_4 & = & -\frac{8}{9} \\
& & x_3 - & \frac{5}{3}x_4 & = & -\frac{1}{3}
\end{array}\right.
$$

$$\updownarrow$$

$$
\widehat{\mathbf{A}}^6 = \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\widehat{\mathbf{A}}^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{9} & \frac{10}{9} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{13}{9} & -\frac{8}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

消去法の結果に関する考察

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}^6 &= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\hat{\mathbf{A}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{9} & \frac{10}{9} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{13}{9} & -\frac{8}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

消去法の結果に関する考察

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}^6 &= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\hat{\mathbf{A}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{9} & \frac{10}{9} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{13}{9} & -\frac{8}{9} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

消去法の結果に関する考察

$$\mathrm{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{B}^6 &= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\mathrm{B} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{E} \end{aligned}$$

消去法の結果に関する考察

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{rrr|ccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = [\mathbf{B}\ \ \mathbf{E}]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^6 &= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\mathbf{C} \\ &= \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \\ 0 & 1 & 0 & ? \\ 0 & 0 & 1 & \end{array}\right] = [\mathbf{E}\ \ ?] \end{aligned}$$

ガウスの消去法を再び

$$
\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \text{(R1)} \\ \text{(R2)} \\ \text{(R3)} \end{matrix}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} (\mathrm{R1}) \\ (\mathrm{R2}) - 2 * (\mathrm{R1}) \\ (\mathrm{R3}) + 2 * (\mathrm{R1}) \end{array}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$
C' = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2')} \\ \text{(R3')} \end{array}
$$

$$
= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{C}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$
\begin{array}{cc}
C'' = \left[\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right] & \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2'')} \\ \text{(R3'') / 3} \end{array}
\end{array}
$$

$$
= \mathrm{R}(2,3)\mathrm{P}(1,3;2)\mathrm{P}(1,2;-2)\mathrm{C}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j (\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$C^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} (R1) \\ (R2'') + 5 * (R3^3) \\ (R3^3) \end{array}$$

$$= Q(3;1/3)R(2,3)P(1,3;2)P(1,2;-2)C$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$\mathrm{C}^4 = \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -4/3 & 5/3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} (\mathrm{R1}) \\ (\mathrm{R2}^3)\ /\ 3 \\ (\mathrm{R3}^3) \end{array} \end{array}$$

$$= \mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathrm{C}$$

行基本変形 **1:** 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 **2:** 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 **3:** 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$C^5 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4/9 & 5/9 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}$$

(R1) − 2 ∗ (R2^4) + 2 ∗ (R3^3)
(R2^4)
(R3^3)

$$= \mathbf{Q}(2; 1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathrm{C}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$\mathbf{C}^6 = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 5/9 & -4/9 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 & -4/9 & 5/9 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{matrix}} \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\mathbf{C}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$
\begin{aligned}
\mathbf{C}^6 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5/9 & -4/9 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 & -4/9 & 5/9 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\mathbf{C} \\
&= \mathbf{B}^{-1}[\mathbf{B}\ \ \mathbf{E}]
\end{aligned}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

ガウスの消去法を再び

$$C^6 = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 5/9 & -4/9 & -2/3 \\ 0 & 1 & 0 & -4/9 & 5/9 & 1/3 \\ 0 & 0 & 1 & -2/3 & 1/3 & 0 \end{array}\right]$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{P}(1,3;2)\mathbf{P}(1,2;-2)\mathbf{Q}(2;1/3)\mathbf{P}(2,3;5)\mathbf{Q}(3;1/3)\mathbf{R}(2,3)\mathbf{P}(3,1;2)\mathbf{P}(2,1;-2)\mathbf{C} \\ &= \mathbf{B}^{-1}[\mathbf{B}\ \ \mathbf{E}] = [\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}\ \ \mathbf{B}^{-1}\mathbf{E}] = [\mathbf{E}\ \ \mathbf{B}^{-1}] \end{aligned}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

(例 2) $\left|\begin{array}{rrrrl} 2x_1+ & x_2- & x_3+ & x_4 = & 1 \\ 6x_1+ & 3x_2- & 2x_3- & x_4 = & 1 \\ 4x_1+ & 2x_2- & x_3- & 2x_4 = & 0 \end{array}\right.$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

(例 3) $\left|\begin{array}{rrrrl} 2x_1+ & x_2- & x_3+ & x_4 = & 1 \\ 6x_1+ & 3x_2- & 2x_3- & x_4 = & 1 \\ 4x_1+ & 2x_2- & x_3- & 2x_4 = & 1 \end{array}\right.$ $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

他の例では

(例 2) $\left|\begin{array}{rrrrrr} 2x_1+ & x_2- & x_3+ & x_4 & = & 1 \\ 6x_1+ & 3x_2- & 2x_3- & x_4 & = & 1 \\ 4x_1+ & 2x_2- & x_3- & 2x_4 & = & 0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{rrrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{array}\right]$

(例 3) $\left|\begin{array}{rrrrrr} 2x_1+ & x_2- & x_3+ & x_4 & = & 1 \\ 6x_1+ & 3x_2- & 2x_3- & x_4 & = & 1 \\ 4x_1+ & 2x_2- & x_3- & 2x_4 & = & 1 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{rrrrr} 2 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & -2 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & -2 & 1 \end{array}\right]$

他の例では

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

他の例では

$$\mathbf{C} = \left[\begin{array}{cccccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2)} \\ \text{(R3)} \end{array}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2)} - 3 * \text{(R1)} \\ \text{(R3)} - 2 * \text{(R1)} \end{array}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

$$C' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2')} \\ \text{(R3')} \end{array}$$

$$= P(3,1;-2)P(2,1;-3)C$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

$$
\mathrm{C}' = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2')} \\ \text{(R3')} - 1 * \text{(P2')} \end{array}
$$

$$
= \mathbf{P}(3,1;-2)\mathbf{P}(2,1;-3)\mathrm{C}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

$$
\mathbf{C}'' = \begin{array}{cc} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2')} \\ \text{(R3'')} \end{array} \end{array}
$$

$$
= \mathbf{P}(3,2;-1)\mathbf{P}(3,1;-2)\mathbf{P}(2,1;-3)\mathbf{C}
$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j(\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.

他の例では

$$\mathbf{C}'' = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \text{(R1)} \\ \text{(R2')} \\ \text{(R3")} \end{array}$$

$$= \mathbf{P}(3,2;-1)\mathbf{P}(3,1;-2)\mathbf{P}(2,1;-3)\mathbf{C}$$

行基本変形 1: 第 i 行に第 $j (\neq i)$ 行のスカラー倍を加える.

行基本変形 2: 第 i 行にゼロでないスカラーを掛ける.

行基本変形 3: 第 i 行と第 j 行を入れ替える.