論　文

ブロックリフティング分解を用いた M 分割整数離散コサイン変換

鈴木　大三[†a)]　　池原　雅章[†]

M-Channel Integer Discrete Cosine Transform Using Block Lifting Factorization

Taizo SUZUKI[†a)] and Masaaki IKEHARA[†]

あらまし　音響，静止画像，動画像信号のようなディジタル信号のための変換符号化に，離散コサイン変換（discrete cosine transform：DCT）が広く用いられている．その変換符号化において，ロッシー・ロスレス統合符号化が近年注目されており，その実現のためにリフティングを用いた整数 DCT（integer DCT：IntDCT）がいくつか提案されている．一方，DCT はその分割数によって変換性能が異なるが，従来の IntDCT は分割数 8 の場合を主に考慮しており，異なる分割数の IntDCT に容易に拡張できる一般的な構造を有していない．本論文では，従来法と同等以上の性能を保ちつつ，任意分割数 M（ただし，M は 2 のべき乗）に拡張できる IntDCT を提案する．ロスレス符号化のための効果的なリフティング構造とされるブロックリフティングを用い，分割数増加に伴うラウンディング数増加をできるだけ抑えることによって，変換性能の向上も同時に図る．本論文では静止画像符号化に焦点を当て，ロッシー・ロスレス統合画像符号化におけるシミュレーションを行い，従来法と比較して，提案法の優位性を示す．その際，4，8 及び 16 分割 IntDCT を設計し，任意分割数を容易に設計できることを同時に示す．

キーワード　整数離散コサイン変換（IntDCT），任意分割数，ブロックリフティング，ロッシー・ロスレス統合画像符号化

1. まえがき

インターネットやマルチメディアコンテンツの急速な発展によって，高品質データの高速伝送がますます重要となっており，それを実現する効率的な変換符号化（圧縮）が，多くの音響，静止画像，動画像信号へ応用されている．離散コサイン変換（discrete cosine transform：DCT）及び離散サイン変換（discrete sine transform：DST）は，その変換符号化にとって効率の良い変換である．DCT にはタイプ I〜VIII（DCT-I〜VIII）の 8 タイプが存在し，特に DCT-II はカルーネン・レーベ変換（Karhunen-Loeve transform：KLT）に似たその優れたフィルタ特性から，変換符号化に最も幅広く使用されている変換である [1]．また，Jain 等によって DST と KLT の関連性も述べられており [2]，DST にもタイプ I〜VIII（DST-I〜VIII）の八つのタイプが存在することが知られている．

本論文では，静止画像符号化に焦点を当てる．世界標準である JPEG [3] では，ディジタルカメラやインターネットコンテンツに使用されるロッシー画像符号化に DCT-II 及びその逆変換である DCT-III が用いられ，医療や美術といったわずかな損失も許されない分野に使用されるロスレス画像符号化に差分パルス符号変調（differential pulse code modulation：DPCM）が用いられる．しかし，DCT-II（DCT-III）を含むフィルタバンク [4] と DPCM のような予測変換は互いに独立した変換であるため，その圧縮データには互換性が全くなく，ロッシー及びロスレス両データを必要とした場合，ロッシー用圧縮データとロスレス用圧縮データの二つを用意しなくてはならない．ここで，もしロッシーとロスレスの両方に対応できる変換が使われるなら，ロスレス圧縮データを一つ用意し，ビット制御により両モードに対応できる．これをロッシー・ロスレス統合画像符号化と呼ぶ．この変換を実現するにはリフティング [5] という技術を用い，DCT-II をリフティング構造で設計したものを整数 DCT（Integer DCT：IntDCT）と呼ぶ [6]〜[10]．一方，DCT-II は分割数によりその性能が変わるが，従来の IntDCT は

† 慶應義塾大学理工学部電子工学科，横浜市
Department of Electronics and Electrical Engineering, Keio University, Yokohama-shi, 223–8522 Japan
a) E-mail: suzuki@tkhm.elec.keio.ac.jp

分割数が 8 の場合を主に考慮している. [7] では任意分割数 M（ただし，M は 2 のべき乗）にも対応したリフティング分解が述べられているが，16 分割以上の分解過程で生じるリフティング係数が膨大となり，大幅なラウンディング誤差が生じてしまうため，その分解法を M 分割 DCT-II に適用することは効果的ではない.

本論文では，ロスレス符号化により効果的なリフティング構造として知られるブロックリフティング [11] を用いて，ラウンディング数の大幅な削減を行った任意分割数 M（M は 2 のべき乗）をもつ IntDCT を提案する．これにより，一般的な 8 分割 IntDCT の設計のみならず，M 分割 DCT に提案ブロックリフティング分解を再帰的に適用するだけで，M 分割 IntDCT を容易に設計できる．最後に，従来法とロッシー・ロスレス統合画像符号化を比較し，本提案法の優位性を示す.

表記：$\mathbf{I}$，$\mathbf{J}$，$\mathbf{M}^T$，$\mathbf{M}^{[N]}$ はそれぞれ，単位行列，反転行列，ある行列 $\mathbf{M}$ の転置，$N \times N$ 正方行列 $\mathbf{M}$ を示す．また，$\mathbf{P}^{[N]} = \{p_0,\ p_1,\ \ldots,\ p_{N-1}\}$ $(0 \leq p_k \leq N-1,\ 0 \leq k \leq N-1)$ としたとき，p_k 行 k 列目の要素に 1，それ以外の要素に 0 をもつ $N \times N$ 置換行列を表す．ただし，本論文における置換行列は，$\mathbf{P}^{[N]} = \{0, 2, \ldots, N-2, 1, 3, \ldots, N-1\}$ で固定する．例えば，

$$\mathbf{P}^{[4]} = \{0, 2, 1, 3\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

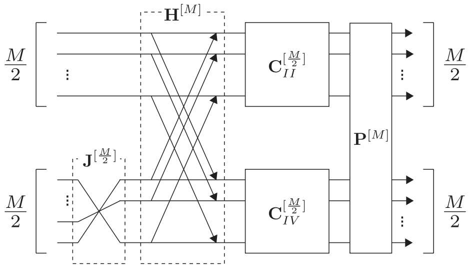
である．更に，$\mathbf{D}^{[N]}$ は，以下のように i 行 i 列目に 1 及び -1 を交互にもつ $N \times N$ 対角行列である.

$$\left[\mathbf{D}^{[N]}\right]_{i,i} = (-1)^i \quad (0 \leq i \leq N-1)$$

2. 基礎理論

2.1 離散コサイン変換（Discrete Cosine Transform：DCT）

DCT は，音響，静止画像，動画像符号化のようなマルチメディア分野において，最も一般的な変換技術の一つである．多くの高速化アルゴリズムが研究され，その優れたフィルタ特性により，多くのアプリケーションに採用されている [3], [12]．DCT には DCT-I〜VIII



(a)

図 1　M 分割 DCT-II
Fig. 1　M-channel DCT-II.

の 8 タイプが存在するが，本論文では DCT-II，III 及び IV についてのみ言及する．DCT-II 行列 $\mathbf{C}_{II}^{[M]}$，DCT-III 行列 $\mathbf{C}_{III}^{[M]}$ 及び DCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M]}$ における m 行 n 列目の要素はそれぞれ，

$$\begin{aligned} \left[\mathbf{C}_{II}^{[M]}\right]_{m,n} &= \sqrt{\frac{2}{M}} c_m \cos\left(\frac{m(n+1/2)\pi}{M}\right) \\ \left[\mathbf{C}_{III}^{[M]}\right]_{m,n} &= \sqrt{\frac{2}{M}} c_n \cos\left(\frac{(m+1/2)n\pi}{M}\right) \\ \left[\mathbf{C}_{IV}^{[M]}\right]_{m,n} &= \sqrt{\frac{2}{M}} \cos\left(\frac{(m+1/2)(n+1/2)\pi}{M}\right) \end{aligned} \tag{1}$$

と定義される．ただし，$0 \leq m, n \leq M-1$ であり，

$$c_m = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (m = 0) \\ 1 & (m \neq 0) \end{cases},\quad c_n = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & (n = 0) \\ 1 & (n \neq 0) \end{cases}$$

である.

DCT は高速化アルゴリズムのため，いくつかの行列に分解される．例えば，Wang らは以下のような高速化アルゴリズムを提案している [13].

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{C}_{IV}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{H}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{2}$$

ただし，

$$\mathbf{H}^{[M]} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{3}$$

であり，これはハール変換と呼ばれる．図 1 に式 (2) の構造を示す．式 (2) の分解を用いると，縮小された DCT-II 及び DCT-IV が新たに出現する．この縮小さ

れた DCT-II に式 (2) の分解を適用し，それを繰り返していくことで任意分割数 M をもつ DCT-II の高速化を図ることができる．更に，式 (2) は，

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{C0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{C0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{U}_{C1}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{U}_{C1}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{4}$$

のように書き換えることができる．ただし，

$$\mathbf{U}_{C0}^{[M/2]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{U}_{C1}^{[M/2]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{C}_{IV}^{[\frac{M}{2}]}$$

である．DCT-III 行列 $\mathbf{C}_{III}^{[M]}$ は，DCT-II と DCT-III の関係

$$\mathbf{C}_{III}^{[M]} = \mathbf{C}_{II}^{[M]^{-1}} = \mathbf{C}_{II}^{[M]^T}$$

を用いると，容易に得ることができる．更に DCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M]}$ は，対称直交性

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]^T} = \mathbf{C}_{IV}^{[M]},\ \mathbf{C}_{IV}^{[M]^T}\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \mathbf{C}_{IV}^{[M]}\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \mathbf{I}^{[M]}$$

をもつ対称直交行列である．

2.2 離散サイン変換（Discrete Sine Transform：DST）

DCT と同様に，本論文では DST についても DST-II, III 及び IV についてのみ言及する．DST は DCT と非常に似た形状をしており，DST-II 行列 $\mathbf{S}_{II}^{[M]}$，DST-III 行列 $\mathbf{S}_{III}^{[M]}$ 及び DST-IV 行列 $\mathbf{S}_{IV}^{[M]}$ における m 行 n 列目の要素は，式 (1) の cos 項を単純に sin 項に置き換えるだけで表すことができる．

また，高速化のため，DST も行列に分解される．

$$\mathbf{S}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{IV}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{S}_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{H}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{5}$$

このとき，DCT-II 同様に，式 (5) は，

$$\mathbf{S}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{S0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{U}_{S0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{U}_{S1}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{U}_{S1}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix}$$

のように書き換えることができる．ただし，

$$\mathbf{U}_{S0}^{[M/2]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{S}_{IV}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{U}_{S1}^{[M/2]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{S}_{II}^{[\frac{M}{2}]}$$

である．DST-III 行列 $\mathbf{S}_{III}^{[M]}$ は，DCT-III 行列 $\mathbf{C}_{III}^{[M]}$ 同様，DST-II 行列 $\mathbf{S}_{II}^{[M]}$ から容易に得ることができる．更に DST-IV 行列 $\mathbf{S}_{IV}^{[M]}$ は DCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M]}$ 同様，対称直交行列である．

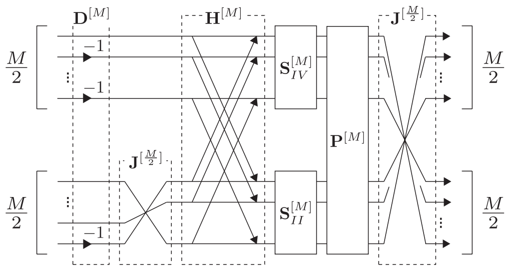


図 2　M 分割 DST を用いた M 分割 DCT-II
Fig. 2　M-channel DCT-II based on M-channel DST.

一方，DCT 及び DST のタイプを K とすると，

$$\mathbf{C}_{K}^{[M]} = \mathbf{J}^{[M]}\mathbf{S}_{K}^{[M]}\mathbf{D}^{[M]} \tag{6}$$

という関係をもっていることにも注意されたい [13]．この関係式を用いることで，DST から DCT を設計することができる．例えば，DCT と DST の関係式 (6) と式 (5) を用いて，DCT-II は，

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{J}^{[M]}\mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{IV}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{S}_{II}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{H}^{[M]} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[M]} \tag{7}$$

と表すことができる．図 2 に式 (7) の構造を示す．

2.3 ブロックリフティング構造

ロスレス画像符号化のためには，リフティング構造 [5] と，リフティングステップごとのラウンディング処理が必要不可欠である．しかし，ラウンディング誤差がリフティングステップごとに同時に生成されることになり，システム全体を通してのラウンディング誤差が大きいと圧縮率が低下する．したがってラウンディング数を削減することが圧縮率向上につながる．そこで，ブロックリフティング構造という，ラウンディング数を大幅に削減し，効率的にラウンディング処理を行うことのできるリフティング構造が提案されている [11]．図 3 で表されるブロックリフティング構造の分割側，合成側をそれぞれ行列表現すると，

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix},\ \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

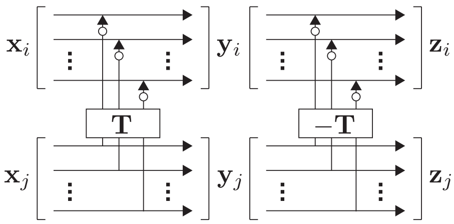


図 3　ブロックリフティング構造（白丸：ラウンディング処理）
Fig. 3　Block lifting structure (white circles: rounding operators).

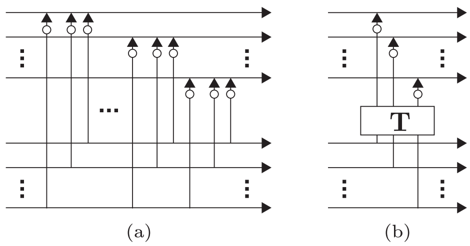


図 4　ラウンディング数の削減：(a) まとめ操作前，(b) まとめ操作後（白丸：ラウンディング処理）
Fig. 4　Reducing the number of rounding operators: (a)before merged, (b)after merged (white circles: rounding operators).

となる．また，分割側入力信号ベクトルを $\mathbf{x}_i$ 及び $\mathbf{x}_j$，分割側入力かつ合成側出力信号ベクトルを $\mathbf{y}_i$ 及び $\mathbf{y}_j$，合成側出力信号ベクトルを $\mathbf{z}_i$ 及び $\mathbf{z}_j$ とすると，

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{x}_i + R[\mathbf{T}\mathbf{x}_j],\ \mathbf{y}_j = \mathbf{x}_j$$

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{y}_i - R[\mathbf{T}\mathbf{y}_j] = \mathbf{x}_i,\ \mathbf{z}_j = \mathbf{y}_j = \mathbf{x}_j$$

と表すことができる．ただし，$R[.]$ は最も近い整数へのラウンディング処理を表す．$\mathbf{x}_i$ 及び $\mathbf{x}_j$ が整数ベクトルである限り，$\mathbf{y}_i$ 及び $\mathbf{y}_j$ も常に整数ベクトルになるため，符号化の際の量子化誤差を生じず，完全再構成 $\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i$ 及び $\mathbf{z}_j = \mathbf{x}_j$ が構造的に成り立つ．更に，リフティング係数行列 $\mathbf{T}$ のサイズが $N \times N$ であるとすると，リフティングステップの数は $N^2/4$ 個存在するが，それを $N/2$ 個のラウンディング処理にまとめる，つまりラウンディング数を大幅に削減できることに注意されたい．図 4 にラウンディング処理のまとめ操作前とまとめ操作後の図を示す．

3．ブロックリフティング分解

3.1　対称直交行列のブロックリフティング分解

3.1.1　LUL 分解ベース

本項では，ある $M \times M$ 対称直交行列 $\mathbf{A}$ の LUL（下–上–下三角行列）分解ベースのリフティング分解を説明する．まず，対称性 $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$ をもっていることから，正則行列 $\mathbf{A}_0$，$\mathbf{A}_1$ 及び $\mathbf{A}_2$ のサイズを $(M/2) \times (M/2)$ とすると，

$$\mathbf{A} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \tag{8}$$

と定義できる．ただし，$\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}_0^T$ 及び $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_2^T$ である．また，直交性

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T\mathbf{A} = \mathbf{A}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0^2 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_0\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2 \\ \mathbf{A}_1^T\mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1^T & \mathbf{A}_1^T\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2^2 \end{bmatrix} = \mathbf{I} \end{aligned}$$

から，$\mathbf{A}_2 = -\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1 = -\mathbf{A}_1^T\mathbf{A}_0\mathbf{A}_1^{-T}$ 及び $\mathbf{A}_0^2 = \mathbf{I} - \mathbf{A}_1\mathbf{A}_1^T$ となる．

次に対称直交行列 $\mathbf{A}$ をブロックリフティング分解する．$\mathbf{A}$ の右側から，ある下三角行列（ブロックリフティング行列）を乗算すると，

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

となり，更に，ある上三角行列（ブロックリフティング行列）を，式 (9) の右側から乗算すると，

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{10}$$

を得る．つまり，式 (8) で表される対称直交行列 $\mathbf{A}$ は，式 (8)〜(10) を用いて，

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = &\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0 - \mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{11}$$

という式に分解できる．

3.1.2　ULU 分解ベース

3.1.1 では，対称直交行列の LUL 分解ベースのブロックリフティング分解を述べたが，本項では，対称

直交行列の ULU（上–下–上三角行列）分解ベースのブロックリフティング分解を述べる．

まず，

$$\tilde{\mathbf{A}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0-\mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1^{-1}(\mathbf{A}_0-\mathbf{I}) & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_1 \\ -\mathbf{A}_1^T & -\mathbf{A}_2 \end{bmatrix}$$

と定義する．そして，$\tilde{\mathbf{A}}$ の左側からある上三角行列及び下三角行列を乗算し，移項すると，以下のような ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を行うこともできる．

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{I}-\mathbf{A}_0)\mathbf{A}_1^{-T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_1^T & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & (\mathbf{I}-\mathbf{A}_0)\mathbf{A}_1^{-T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{12}$$

3.2 非対称直交行列のブロックリフティング分解

3.2.1 LUL 分解ベース

本項では，対称直交行列ではない，以下のように定義される $M \times M$ 対称行列についての LUL 分解ベースのブロックリフティング分解について述べる．

$$\mathbf{B} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_1 & -\mathbf{B}_1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

ただし，$\mathbf{B}_0$ 及び $\mathbf{B}_1$ は $(M/2)\times(M/2)$ 正則行列である．**3.1.2** と同様にある下三角行列及び上三角行列を乗算し，更にもう一つ右側から下三角行列を乗算し，移項すると，式 (13) の $\mathbf{B}$ は，

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{B}_1\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-2}-\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}-\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{14}$$

という LUL 分解ベースのブロックリフティング分解を行うことができる．

3.2.2 ULU 分解ベース

3.2.1 では，対称直交行列とは異なる行列の LUL 分解ベースのブロックリフティング分解を述べたが，本項では，その行列の ULU（上–下–上三角行列）分解ベースのブロックリフティング分解を述べる．

まず，

$$\tilde{\mathbf{B}} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-2}-\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}-\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_0 \\ -\frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} & \frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} \end{bmatrix} \tag{15}$$

と定義する．そして，式 (15) の $\tilde{\mathbf{B}}$ の左側からある上三角行列及び下三角行列，更に上三角行列を乗算し，移項すると，正則行列 $\mathbf{B}$ は LUL 分解ベースのみならず，以下のような ULU 分解ベースのブロックリフティング分解を行うこともできる．

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -2\mathbf{B}_1\mathbf{B}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2\mathbf{B}_0-2\mathbf{B}_0^2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\frac{1}{2}\mathbf{B}_0^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 2\mathbf{B}_0-\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{16}$$

4. ブロックリフティングベース変換

4.1 ブロックリフティングを用いたハール変換（Block Lifting-Based Haar Transform：BLHT）

式 (3) におけるハール変換行列 $\mathbf{H}^{[M]}$ は対称直交行列であるので，式 (8)，(11) 及び (12) を用いて，

$$\mathbf{H}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{H}_{00}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{H}_{01}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{H}_{00}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix}$$

及び

$$\mathbf{H}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{H}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{H}_{11}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{H}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix}$$

のように分解できる．ただし，

$$\mathbf{H}_{00}^{[\frac{M}{2}]} = (1-\sqrt{2})\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{H}_{01}^{[\frac{M}{2}]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}$$

及び

$$\mathbf{H}_{10}^{[\frac{M}{2}]} = (\sqrt{2}-1)\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{H}_{11}^{[\frac{M}{2}]} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}$$

である．

4.2 ブロックリフティングを用いたDCT-IV（Block Lifting-Based DCT-IV：BLDCT-IV）

ハール変換と同様，DCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M]}$ は対称直交行列であるので，式 (8)，(11) 及び (12) を用いて，

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{C0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]^T} & -\mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]^{-1}}\mathbf{V}_{C0}^{[\frac{M}{2}]}\mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix}$$

と表現することができ，

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{W}_{00}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{W}_{01}^{\frac{M}{2}} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{W}_{00}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{17}$$

及び

$$\mathbf{C}_{IV}^{[M]} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{W}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{W}_{11}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{W}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{18}$$

のように分解できる．ただし，

$$\mathbf{W}_{00}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]^{-1}}(\mathbf{V}_{C0}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}),\ \mathbf{W}_{01}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]}$$

及び

$$\mathbf{W}_{10}^{[\frac{M}{2}]} = (\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{V}_{C0}^{[\frac{M}{2}]})\mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]^{-T}},\ \mathbf{W}_{11}^{[\frac{M}{2}]} = -\mathbf{V}_{C1}^{[\frac{M}{2}]^T}$$

である．

同様にしてブロックリフティングを用いたDST-IV（block lifting-based DST-IV：BLDST-IV）も容易に設計できるが，本論文では省略する．

4.3 ブロックリフティングを用いたDCT-II（Block Lifting-Based DCT-II：BLDCT-II）

式 (4) で表されるDCT-II は，式 (14) 及び (16) を用いて，

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{X}_{03}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{X}_{02}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{X}_{01}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{X}_{00}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{19}$$

及び

$$\mathbf{C}_{II}^{[M]} = \mathbf{P}^{[M]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & -\mathbf{X}_{13}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{X}_{12}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{X}_{11}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{X}_{10}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} \\ \mathbf{0}^{[\frac{M}{2}]} & \mathbf{J}^{[\frac{M}{2}]} \end{bmatrix} \tag{20}$$

のように分解できる．ただし，

$$\mathbf{X}_{00}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \sqrt{2}\mathbf{C}_{III}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{X}_{01}^{[\frac{M}{2}]} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]}$$

$$\mathbf{X}_{02}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{C}_{III}^{[\frac{M}{2}]}\left(\mathbf{C}_{III}^{[\frac{M}{2}]} - \sqrt{2}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]}\right)$$

$$\mathbf{X}_{03}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{C}_{IV}^{[\frac{M}{2}]}\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]}$$

及び

$$\mathbf{X}_{10}^{[\frac{M}{2}]} = \sqrt{2}\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]},\ \mathbf{X}_{11}^{[\frac{M}{2}]} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{C}_{III}^{[\frac{M}{2}]}$$

$$\mathbf{X}_{12}^{[\frac{M}{2}]} = \left(\sqrt{2}\mathbf{I}^{[\frac{M}{2}]} - \mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]}\right)\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]}$$

$$\mathbf{X}_{13}^{[\frac{M}{2}]} = \mathbf{C}_{IV}^{[\frac{M}{2}]}\mathbf{C}_{II}^{[\frac{M}{2}]}$$

である．M 分割BLDCT-II を図5 に示す．

ここで，式 (19) 及び (20) は，置換行列 $\mathbf{P}^{[M]}$ のすぐ次の行列の対角要素に $\mathbf{X}_{03}^{[M/2]}$ 及び $\mathbf{X}_{13}^{[M/2]}$ を含むため，リフティング分解がまだ完全ではないことに注意されたい．しかしこの要素をよく見てみると，もとのサイズの半分に縮小されたDCT-IV 行列 $\mathbf{C}_{IV}^{[M/2]}$ 及びDCT-II 行列 $\mathbf{C}_{II}^{[M/2]}$ で成り立っていることが分かる．また，DCT-IV のリフティング分解の式 (17) 及び (18) は，完全なリフティング分解がなされている．つまり，DCT-II のブロックリフティング分解によって得られた縮小されたDCT-IV には，式 (17) 及び (18) を適用し，縮小されたDCT-II には，DCT-II のブロックリフティング分解である式 (19) 及び (20) を繰り返し適用すれば，完全なリフティング分解が行われることになる．

同様にしてブロックリフティングを用いたDST-II（block lifting-based DST-II：BLDST-II）も容易に設計できるが，本論文では省略する．

5. ロッシー・ロスレス統合画像符号化

本章では，提案する M 分割IntDCT をロッシー・ロスレス統合画像符号化に応用する．ただし，実験結

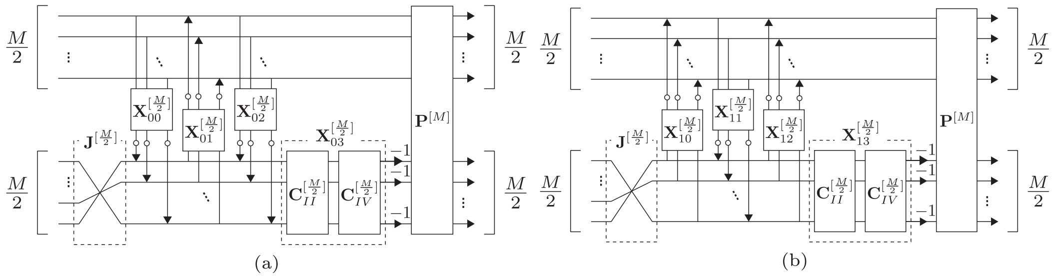


図 5　M 分割 BLDCT-II：(a) LUL 分解ベース，(b) ULU 分解ベース（白丸：ラウンディング処理）
Fig. 5　M-channel BLDCT-II: (a) based on LUL decomposition, (b) based on ULU decomposition (white circles: rounding operators).

果から ULU 分解ベースは LUL 分解ベースと同等以上の性能を見せたため，本論文のシミュレーションでは ULU 分解ベースのみを取り上げることにする．ビットプレーン符号化方式には SPIHT [14]，テスト画像には ‘Barbara’ や ‘Lena’ といった 512×512 サイズのグレースケール画像 10 枚，比較対象として DCT [15] に回転行列のリフティング分解 [5] を直接適用したもの（直接法），従来法 [7] 及び [10] を選び，評価関数については以下の三つを用いた．

5.1 評 価 関 数

5.1.1 ロスレス画像符号化

ロスレス画像符号化では，ラウンディング誤差が圧縮率低下の原因となる．そのため，ラウンディング誤差を評価の一つとする．用意したテスト画像の縦方向のみに実際に提案 IntDCT を適用して，ラウンディング処理を行わなかった場合の変換画像を $\mathbf{F}$，ラウンディング処理を行った場合の変換画像を $\tilde{\mathbf{F}}$，画像サイズを $H \times W$ とし，

$$\text{ラウンディング誤差} = \frac{\displaystyle\sum_{m=0}^{H-1}\sum_{n=0}^{W-1}\left([\mathbf{F}]_{m,n} - [\tilde{\mathbf{F}}]_{m,n}\right)^2}{H \times W\,[\text{pixel}]}$$

を用いて評価する．なお，テスト画像におけるラウンディング誤差を計測すると，各画像におけるその誤差はほぼ同等の値を示すため，本論文で示すラウンディング誤差は，10 枚のテスト画像で計測したラウンディング誤差の平均とする．また，画質による評価ができないため，ラウンディング誤差のほかに，

$$\text{ロスレスビットレート}\,[\text{bpp}] = \frac{\text{総ビット数}\,[\text{bit}]}{H \times W\,[\text{pixel}]}$$

で圧縮率を評価する．

5.1.2 ロッシー画像符号化

ロスレス画像符号化で得たビットストリームを，復号側で設定したビットレートで打ち切ることで，ロッシー画像符号化に対応する．ロッシー画像符号化では，以下で定義される一般的な評価関数 PSNR（peak signal-to-noise ratio）を用いて，同圧縮比時の画質で評価する．

$$\text{PSNR}\,[\text{dB}] = 10\log_{10}\left(\frac{255^2}{\text{MSE}}\right)$$

ただし，MSE（mean square error）は誤差エネルギーである．

5.2 M 分割 BLDCT-IV 及び BLDST-IV

前述したとおり，M 分割 DCT-II を設計する際，サイズ縮小された DCT-IV または DST-IV が現れる．そこで本節では，できるだけ効率の良い変換を行うため，DCT-IV 及び DST-IV についてどの分解を用いるかを，前節のラウンディング誤差を用いて調べる．

M 分割 BLDCT-IV 及び BLDST-IV は，それぞれ，

− $\mathbf{C}_{IV,1}^{[M]}$：M 分割 BLDCT-IV.
− $\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$：DCT と DST の関係式 (6) 及び M 分割 BLDST-IV を用いた M 分割 BLDCT-IV.

及び

− $\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$：M 分割 BLDST-IV.
− $\mathbf{S}_{IV,2}^{[M]}$：DCT と DST の関係式 (6) 及び M 分割 BLDCT-IV を用いた M 分割 BLDST-IV.

のように 2 通りずつの設計を行うことができる．表 1 及び表 2 に $\mathbf{C}_{IV,1}^{[M]}$，$\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$，$\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$ 及び $\mathbf{S}_{IV,2}^{[M]}$ のラウン

表 1 提案 M 分割 IntDCT のラウンディング数
Table 1 Number of rounding of proposed M-channel IntDCT.

分割数 M	直接法	$\mathbf{C}_{IV,1}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$	直接法	$\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$	$\mathbf{S}_{IV,2}^{[M]}$	直接法	F's [7]	C's [10]	$\mathbf{C}_{II,1}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[M]}$
4	15	**6**	**6**	15	**6**	**6**	12	-	-	**5**	9	12	12
8	51	**12**	**12**	51	**12**	**12**	39	21	**8**	23	23	23	23
16	-	-	-	-	-	-	111	-	-	**59**	**59**	**59**	**59**

表 2 提案 M 分割 IntDCT のラウンディング誤差
Table 2 Rounding error of proposed M-channel IntDCT.

分割数 M	直接法	$\mathbf{C}_{IV,1}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$	直接法	$\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$	$\mathbf{S}_{IV,2}^{[M]}$	直接法	F's [7]	C's [10]	$\mathbf{C}_{II,1}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[M]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[M]}$
4	0.33	0.18	**0.15**	0.33	**0.15**	0.18	0.24	-	-	**0.19**	0.31	0.25	0.25
8	0.51	2.58	**0.30**	0.51	**0.30**	2.57	0.40	0.34	**0.16**	0.42	0.42	0.29	0.29
16	-	-	-	-	-	-	0.57	-	-	1.68	0.55	1.55	**0.42**

表 3 4 分割 IntDCT のロスレス画像符号化比較（ロスレスビットレート [bpp]）
Table 3 Comparison of lossless image coding by 4-channel IntDCT (lossless bit rate [bpp]).

	4 分割 IntDCT				
テスト画像	直接法	$\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$
Baboon	**6.37**	**6.37**	**6.37**	**6.37**	**6.37**
Barbara	5.21	**5.20**	5.22	5.21	5.21
Boat	5.33	**5.32**	5.34	5.33	5.33
Elaine	5.30	**5.29**	5.31	5.30	5.30
Finger1	**6.41**	**6.41**	**6.41**	**6.41**	6.42
Finger2	**6.24**	**6.24**	**6.24**	**6.24**	**6.24**
Goldhill	5.25	**5.24**	5.26	5.25	5.25
Grass	**6.31**	**6.31**	**6.31**	**6.31**	**6.31**
Lena	4.75	**4.73**	4.76	4.75	4.74
Pepper	5.03	**5.02**	5.04	5.03	5.03
平均	5.62	**5.61**	5.63	5.62	5.62

表 4 4 分割 IntDCT のロッシー画像符号化比較（PSNR [dB]）
Table 4 Comparison of lossy image coding by 4-channel IntDCT (PSNR [dB]).

		4 分割 IntDCT				
テスト画像	圧縮比	直接法	$\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[4]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$
Barbara	1:32	26.11	**26.12**	26.11	26.11	**26.12**
	1:16	29.15	**29.17**	29.14	29.15	29.15
	1:8	34.14	**34.18**	34.10	34.14	34.13
Lena	1:32	31.04	**31.06**	31.02	31.05	31.03
	1:16	34.46	**34.49**	34.42	34.46	34.44
	1:8	38.00	**38.11**	37.88	37.98	37.98
Pepper	1:32	30.82	**30.83**	30.80	30.82	30.82
	1:16	33.85	**33.87**	33.81	33.84	33.83
	1:8	36.58	**36.65**	36.49	36.56	36.55

ディング数及びラウンディング誤差を示す．表 1 よりラウンディング数が明らかに削減されていることが分かり，それに伴い，表 2 より，$\mathbf{C}_{IV,1}^{[M]}$ よりも $\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$，$\mathbf{S}_{IV,2}^{[M]}$ よりも $\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$ の方が誤差が少なくなっていることが分かる．よって本論文では，4 及び 8 分割 DCT-IV には $\mathbf{C}_{IV,2}^{[M]}$，4 及び 8 分割 DST-IV には $\mathbf{S}_{IV,1}^{[M]}$ を用いることとする．

5. 3 4 分割 IntDCT

本論文では，以下の四つの 4 分割 IntDCT（$\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$～$\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$）を設計した．

－ $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$：4 分割 BLDCT-II そのままの 4 分割 IntDCT.

－ $\mathbf{C}_{II,2}^{[4]}$：DCT と DST の関係式 (6) 及び 4 分割 BLDST-II を用いた 4 分割 IntDCT.

－ $\mathbf{C}_{II,3}^{[4]}$：式 (2) をベースに，4 分割 BLHT，2 分割 BLDCT-IV 及び 2 分割 BLDCT-II を用いた 4 分割 IntDCT.

－ $\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$：式 (7) をベースに，4 分割 BLHT，2 分割 BLDST-IV 及び 2 分割 BLDST-II を用いた 4 分割 IntDCT.

$\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$～$\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$ を式 (21)～(24) 及び図 6 に示す．ただし，

$$\alpha = \frac{1-\cos\theta}{\sin\theta},\ \beta = -\sin\theta,\ \gamma = \sqrt{2}\cos 3\theta - 1$$
$$\delta = \sqrt{2}\sin 3\theta - 1,\ \epsilon = -\cos 3\theta,\ \zeta = -\sin 3\theta$$
$$\eta = \frac{1-\cos 3\theta}{\sin 3\theta},\ \theta = \frac{\pi}{8}$$

である．表 1～表 4 に $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$～$\mathbf{C}_{II,4}^{[4]}$ のラウンディング数，ラウンディング誤差，ロスレス及びロッシー画像符号化比較を示す．表 2～表 4 より，4 分割 IntDCT では $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$ が最も優れた性能を示した．表 1 及び図 6 から分かるとおり，回転行列のリフティング分解による 4 分割 DCT と比べ，$\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$ のラウンディング数は 5 個と少なくなっており，画像符号化にとって効率の良い構造になっていると考えられる．よって本論文では，できるだけ効率の良い変換を行うため，設計の際に生

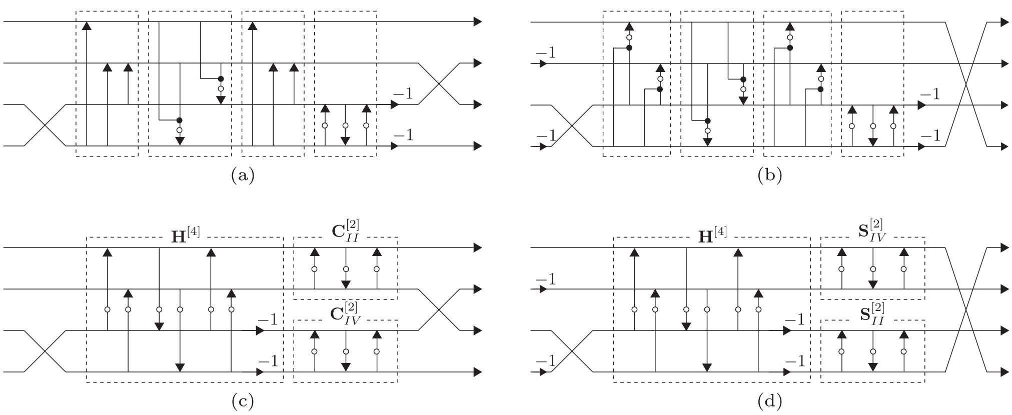


図 6　提案 4 分割 IntDCT：(a) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$，(b) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,2}$，(c) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,3}$，(d) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,4}$（白丸：ラウンディング処理）

Fig. 6　Proposed 4-channel IntDCTs: (a) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$, (b) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,2}$, (c) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,3}$, (d) $\mathbf{C}^{[4]}_{II,4}$ (white circles: rounding operators).

じる 4 分割 DCT-II には $\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$ を適用する．また 4 分割 DST-II にも同様に，DCT と DST の関係式 (6) を用いて $\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$ を適用する．

5. 4　8 分割 IntDCT

次に，最も一般的な分割数 8 の場合について述べる．本論文では，以下の四つの 8 分割 IntDCT（$\mathbf{C}^{[8]}_{II,1}$〜$\mathbf{C}^{[8]}_{II,4}$）を設計した．

− $\mathbf{C}^{[8]}_{II,1}$：8 分割 BLDCT-II をベースに，$\mathbf{C}^{[4]}_{IV,2}$ 及び $\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$ を用いた 8 分割 IntLDCT.

− $\mathbf{C}^{[8]}_{II,2}$：DCT と DST の関係式 (6) 及び 8 分割 BLDST-II をベースに，$\mathbf{S}^{[4]}_{IV,1}$，DCT と DST の関係

$$\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}=\begin{bmatrix}1&&&\\&&-1&\\&1&&\\&&&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\mathbf{0}^{[2]}&\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\\beta&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}&1\\1&-2\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\begin{bmatrix}-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}&1\\1&-2\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&&1\\&&1&\end{bmatrix}\quad(21)$$

$$\mathbf{C}^{[4]}_{II,2}=\begin{bmatrix}&&&-1\\&1&&\\&&-1&\\1&&&\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\mathbf{0}^{[2]}&\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\\beta&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\gamma&\delta\\\delta&-\gamma\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\begin{bmatrix}\epsilon&\zeta\\\zeta&-\epsilon\end{bmatrix}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\gamma&\delta\\\delta&-\gamma\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&&\\&-1&&\\&&&-1\\&&1&\end{bmatrix}\quad(22)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}^{[4]}_{II,3}=&\begin{bmatrix}1&&&\\&&1&\\&-1&&\\&&&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\sqrt{2}-1\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\-\frac{1}{\sqrt{2}}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\sqrt{2}-1\\&1\end{bmatrix}&\mathbf{0}^{[2]}\\\mathbf{0}^{[2]}&\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\\beta&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\alpha\\&1\end{bmatrix}\end{bmatrix}\\&\times\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&-1&\\&&&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\sqrt{2}-1&\\&\sqrt{2}-1\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\begin{bmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}}&\\&-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\sqrt{2}-1&\\&\sqrt{2}-1\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&&1\\&&1&\end{bmatrix}\end{aligned}\quad(23)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{C}^{[4]}_{II,4}=&\begin{bmatrix}&&&-1\\&-1&&\\&&1&\\1&&&\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\eta\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\\zeta&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\eta\\&1\end{bmatrix}&\mathbf{0}^{[2]}\\\mathbf{0}^{[2]}&\begin{bmatrix}1&\sqrt{2}-1\\&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\\-\frac{1}{\sqrt{2}}&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&\sqrt{2}-1\\&1\end{bmatrix}\end{bmatrix}\\&\times\begin{bmatrix}1&&&\\&1&&\\&&-1&\\&&&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\sqrt{2}-1&\\&\sqrt{2}-1\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\mathbf{0}^{[2]}\\\begin{bmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}}&\\&-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}^{[2]}&\begin{bmatrix}\sqrt{2}-1&\\&\sqrt{2}-1\end{bmatrix}\\\mathbf{0}^{[2]}&\mathbf{I}^{[2]}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&&&\\&-1&&\\&&&-1\\&&1&\end{bmatrix}\end{aligned}\quad(24)$$

表 5　8 及び 16 分割 IntDCT のロスレス画像符号化比較（ロスレスビットレート [bpp]）
Table 5　Comparison of lossless image coding by 8 and 16-channel IntDCT (lossless bit rate [bpp]).

	8 分割 IntDCT							16 分割 IntDCT				
テスト画像	直接法	F's [7]	C's [10]	$\mathbf{C}_{II,1}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[8]}$	直接法	$\mathbf{C}_{II,1}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[16]}$
Baboon	**6.27**	**6.27**	6.29	**6.27**	**6.27**	**6.27**	**6.27**	**6.22**	6.24	**6.22**	6.23	**6.22**
Barbara	5.00	**4.98**	4.99	5.01	5.00	**4.98**	**4.98**	4.88	5.00	4.89	4.97	**4.85**
Boat	5.21	**5.20**	**5.20**	5.21	5.21	**5.20**	**5.20**	5.16	5.22	5.16	5.22	**5.14**
Elaine	5.24	**5.23**	5.27	5.25	5.25	**5.23**	5.24	5.20	5.25	5.20	5.24	**5.18**
Finger1	6.07	6.07	6.07	6.07	6.07	**6.06**	**6.06**	5.85	5.87	5.85	5.86	**5.84**
Finger2	5.86	**5.85**	5.87	5.86	5.86	**5.85**	**5.85**	5.60	5.62	5.60	5.61	**5.58**
Goldhill	5.18	5.17	5.17	5.18	5.18	**5.16**	**5.16**	5.13	5.19	5.13	5.18	**5.11**
Grass	6.18	**6.17**	6.19	6.18	6.18	**6.17**	6.18	6.12	6.13	6.12	6.13	**6.11**
Lena	4.67	**4.65**	**4.65**	4.68	4.67	**4.65**	**4.65**	4.64	4.74	4.64	4.72	**4.61**
Pepper	4.97	**4.96**	4.97	4.97	4.97	**4.96**	**4.96**	4.96	5.03	4.96	5.02	**4.94**
平均	5.47	5.46	5.47	5.47	5.47	**5.45**	**5.45**	5.38	5.43	5.38	5.42	**5.36**

表 6　8 及び 16 分割 IntDCT のロッシー画像符号化比較（PSNR [dB]）
Table 6　Comparison of lossy image coding by 8 and 16-channel IntDCT (PSNR [dB]).

		8 分割 IntDCT							16 分割 IntDCT				
テスト画像	圧縮比	直接法	F's [7]	C's [10]	$\mathbf{C}_{II,1}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[8]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[8]}$	直接法	$\mathbf{C}_{II,1}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,2}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,3}^{[16]}$	$\mathbf{C}_{II,4}^{[16]}$
Barbara	1:32	26.93	**26.94**	26.69	**26.94**	**26.94**	**26.94**	**26.94**	27.94	27.90	27.94	27.91	**27.95**
	1:16	**30.67**	**30.67**	30.32	30.66	30.65	**30.67**	**30.67**	31.77	31.61	31.78	31.63	**31.79**
	1:8	35.91	**35.97**	35.73	35.90	35.90	35.96	35.95	36.81	36.04	36.80	36.11	**36.88**
Lena	1:32	31.82	31.83	31.80	**31.86**	31.82	31.85	**31.86**	32.64	32.52	32.62	32.53	**32.66**
	1:16	35.47	35.49	35.40	35.47	35.45	**35.53**	35.52	36.05	35.55	36.03	35.59	**36.09**
	1:8	38.75	38.93	38.82	38.77	38.74	**38.94**	38.92	38.88	37.06	38.87	37.24	**39.03**
Pepper	1:32	31.38	31.40	31.38	**31.41**	31.38	**31.41**	**31.41**	32.04	31.94	32.03	31.93	**32.06**
	1:16	34.41	34.41	34.22	34.39	34.37	**34.42**	**34.42**	34.53	34.17	34.51	34.18	**34.56**
	1:8	36.73	**36.83**	36.61	36.72	36.70	36.82	36.81	36.68	35.70	36.68	35.79	**36.77**

式 (6) 及び $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 分割 IntDCT.

− $\mathbf{C}_{II,3}^{[8]}$：式 (2) をベースに，8 分割 BLHT，$\mathbf{C}_{IV,2}^{[4]}$ 及び $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 分割 IntDCT.

− $\mathbf{C}_{II,4}^{[8]}$：式 (7) をベースに，8 分割 BLHT，$\mathbf{S}_{IV,1}^{[4]}$，DCT と DST の関係式 (6) 及び $\mathbf{C}_{II,1}^{[4]}$ を用いた 8 分割 IntDCT.

$\mathbf{C}_{II,1}^{[8]}$〜$\mathbf{C}_{II,4}^{[8]}$ を式 (25)〜(28) に示す．表 1，表 2，表 5 及び表 6 に $\mathbf{C}_{II,1}^{[8]}$〜$\mathbf{C}_{II,4}^{[8]}$ のラウンディング数，ラウンディング誤差，ロスレス及びロッシー画像符号化比較を示す．表 2，表 5 及び表 6 より，8 分割 IntDCT では $\mathbf{C}_{II,3}^{[8]}$ が最も優れた性能を示した．よって本論文では，できるだけ効率の良い変換を行うため，設計の

$$\mathbf{C}_{II,1}^{[8]} = \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{C}_{IV,2}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{C}_{II,1}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{X}_{12}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{X}_{11}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{X}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{II,2}^{[8]} = \mathbf{J}^{[8]}\mathbf{P}^{[8]} & \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{C}_{II,1}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{D}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{S}_{IV,1}^{[4]} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{X}_{32}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{X}_{31}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{X}_{30}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[8]} \end{aligned} \tag{26}$$

$$\mathbf{C}_{II,3}^{[8]} = \mathbf{P}^{[8]} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{II,1}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{C}_{IV,2}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{H}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{H}_{11}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{H}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{II,4}^{[8]} = \mathbf{J}^{[8]}\mathbf{P}^{[8]} & \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{IV,1}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{C}_{II,1}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{D}^{[4]} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & -\mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{H}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{H}_{11}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{H}_{10}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{I}^{[4]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[4]} & \mathbf{0}^{[4]} \\ \mathbf{0}^{[4]} & \mathbf{J}^{[4]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[8]} \end{aligned} \tag{28}$$

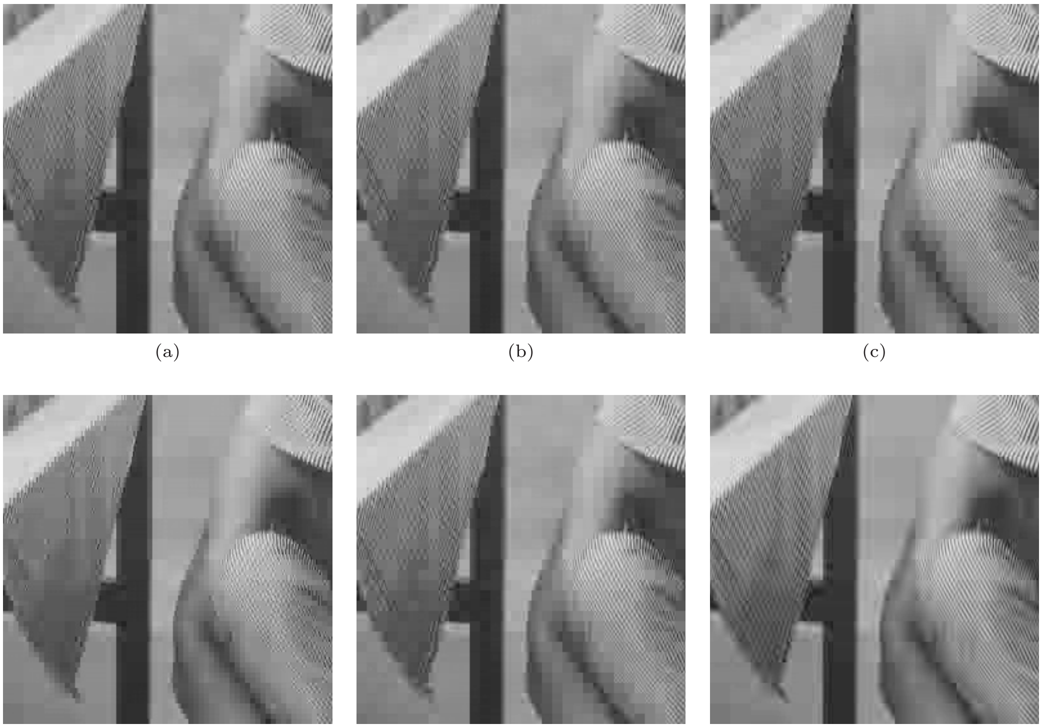


図 7 'Barbara' の拡大画像（圧縮比：1:32）：(a) 回転行列のリフティング分解による 8 分割 IntDCT，(b) Fukuma's LDCT [7]，(c) Chokchaitam's IntDCT [10]，(d)–(f) 提案 M 分割 IntDCT（$\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$，$\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$，$\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$）

Fig. 7 Enlarged images of 'Barbara' (compression ratio: 1:32): (a) 8-channel IntDCT by lifting factorization of rotation matrix, (b) Fukuma's LDCT [7], (c) Chokchaitam's IntDCT [10], (d)–(f) proposed M-channel IntDCTs($\mathbf{C}^{[4]}_{II,1}$, $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$, $\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$).

際に生じる 8 分割 DCT-II には $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を適用する．また同様の 8 分割 DST-II にも，DCT と DST の関係式 (6) を用いて $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を適用する．

5. 5 16 分割 IntDCT

最後に，提案 IntDCT の分割数を容易に拡張できることを示すため，以下の四つの 16 分割 IntDCT

$$\mathbf{C}^{[16]}_{II,1} = \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{C}^{[8]}_{IV,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{C}^{[8]}_{II,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{X}^{[8]}_{12} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{X}^{[8]}_{11} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{X}^{[8]}_{10} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{[16]}_{II,2} = \mathbf{J}^{[16]}\mathbf{P}^{[16]} & \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{C}^{[8]}_{II,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{D}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{S}^{[8]}_{IV,1} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{X}^{[8]}_{32} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{X}^{[8]}_{31} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{X}^{[8]}_{30} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[16]} \end{aligned} \tag{30}$$

$$\mathbf{C}^{[16]}_{II,3} = \mathbf{P}^{[16]} \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{[8]}_{II,3} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{C}^{[8]}_{IV,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{H}^{[8]}_{10} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{H}^{[8]}_{11} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{H}^{[8]}_{10} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{[16]}_{II,4} = \mathbf{J}^{[16]}\mathbf{P}^{[16]} & \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{[8]}_{IV,1} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{C}^{[8]}_{II,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{D}^{[8]} \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & -\mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{H}^{[8]}_{10} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{H}^{[8]}_{11} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{H}^{[8]}_{10} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{I}^{[8]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}^{[8]} & \mathbf{0}^{[8]} \\ \mathbf{0}^{[8]} & \mathbf{J}^{[8]} \end{bmatrix} \mathbf{D}^{[16]} \end{aligned} \tag{32}$$

（$\mathbf{C}^{[16]}_{II,1}$〜$\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$）を設計した．

− $\mathbf{C}^{[16]}_{II,1}$：16 分割 BLDCT-II をベースに，$\mathbf{C}^{[8]}_{IV,2}$ 及び $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を用いた 16 分割 IntDCT.

− $\mathbf{C}^{[16]}_{II,2}$：DCT と DST の関係式 (6) 及び 16 分割 BLDST-II をベースに，$\mathbf{S}^{[8]}_{IV,1}$，DCT と DST の関係式 (6) 及び $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を用いた 16 分割 IntDCT.

− $\mathbf{C}^{[16]}_{II,3}$：式 (2) をベースに，16 分割 BLHT，$\mathbf{C}^{[8]}_{IV,2}$ 及び $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を用いた 16 分割 IntDCT.

− $\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$：式 (7) をベースに，16 分割 BLHT，$\mathbf{S}^{[8]}_{IV,1}$，DCT と DST の関係式 (6) 及び $\mathbf{C}^{[8]}_{II,3}$ を用いた 16 分割 IntDCT.

$\mathbf{C}^{[16]}_{II,1}$〜$\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$ を式 (29)〜(32) に示す．表 1，表 2，表 5 及び表 6 に $\mathbf{C}^{[16]}_{II,1}$〜$\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$ のラウンディング数，ラウンディング誤差，ロスレス及びロッシー画像符号化比較を示す．また，ロッシー画像符号化（圧縮比：1:32）における ‘Barbara’ の拡大画像を図 7 に示す．表 2，表 5 及び表 6 より，ロッシー・ロスレス統合画像符号化において，16 分割 IntDCT では $\mathbf{C}^{[16]}_{II,4}$ が最も優れた性能を示した．また図 7 から，4 及び 8 分割 IntDCT よりも 16 分割 IntDCT の方が，高周波成分を多く含むテクスチャをより多く残せることが分かる．従来，分割数を増加すれば DCT の符号化性能は上がることが知られているが，IntDCT の場合，ラウンディング誤差の増加により，符号化性能が上がるとは一概にはいえない．しかし表 1 より，提案 16 分割 IntDCT のラウンディング数を大幅に削減できていることが分かる．このため，8 分割 IntDCT 及び回転行列のリフティング分解による 16 分割 IntDCT よりも性能の良い符号化結果を示すことに成功したと考えられる．

また，このように，M 分割 IntDCT を設計する場合，M 分割 DCT にブロックリフティング分解を適用したときに生じる $M/2$ 分割 DCT-II 及び-IV 部に，既に設計済みの $M/2$ 分割 IntDCT 及び BLDCT-IV（BLDST-IV）を適用できる．結局，4 分割から始めて，2 倍の分割数の IntDCT を再帰的に設計できることが分かる．

6. む す び

本論文では，ハール変換，離散コサイン変換タイプ II（DCT-II），タイプ IV（DCT-IV），離散サイン変換タイプ II（DCT-II）及びタイプ IV（DST-IV）のブロックリフティング分解を提案し，それを用いて M 分割 IntDCT を実現した．ブロックリフティングを用いることで，ロッシー・ロスレス統合画像符号化において，従来法よりも高品質かつ高圧縮な変換符号化を達成した．また，従来法と同じ一般的な分割数 8 のみに限らず，提案 IntDCT は任意分割数 M へと容易に拡張することのできる構造をもっており，分割数を 16 に拡張することで，より高品質かつ高圧縮な変換符号化を実現できた．今後の課題として，音響信号や動画像信号への応用が挙げられる．

謝辞　本研究の一部はグローバル COE プログラム「アクセス空間支援基盤技術の高度国際連携」により行われました．

文　　献

[1] K.R. Rao and P. Yip, Discrete Cosine Transform Algorithms, Academic Press, 1990.

[2] A.K. Jain, “A fast Karhunen-Loeve transform for a class of random processes,” IEEE Trans. Commun., vol.24, no.9, pp.1023–1029, Sept. 1976.

[3] W. Pennebaker and J. Mitchell, JPEG, Still Image Data Compression Standard, Van Nostrand, NY, 1993.

[4] P.P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992.

[5] W. Sweldens, “The lifting scheme: A custom-design construction of biorthogonal wavelets,” Appl. Comput. Harmon. Anal., vol.3, no.2, pp.186–200, 1996.

[6] K. Komatsu and K. Sezaki, “Reversible discrete cosine transform,” Proc. ICASSP’98, Seattle, WA, May 1998.

[7] S. Fukuma, K. Ohyama, M. Iwahashi, and N. Kambayashi, “Lossless 8-point fast discrete cosine transform using lossless Hadamard transform,” IEICE Technical Report, DSP99-103, Oct. 1999.

[8] Y.J. Chen, S. Oraintara, and T.Q. Nguyen, “Integer discrete cosine transform (IntDCT),” Proc. 2nd ICICS’99, Singapore, Dec. 1999.

[9] T.D. Tran, “The binDCT: Fast multiplierless approximation of the DCT,” IEEE Signal Process. Lett., vol.7, no.6, pp.145–149, June 2000.

[10] S. Chokchaitam, M. Iwahashi, and S. Jitapunkul, “A new unified lossless/lossy image compression based on a new Integer DCT,” IEICE Trans. Inf. & Syst., vol.E88-D, no.2, pp.403–413, Feb. 2005.

[11] S. Iwamura, Y. Tanaka, and M. Ikehara, “An efficient lifting structure of biorthogonal filter banks for lossless image coding,” Proc. ICIP’07, San Antonio, TX, Sept. 2007.

[12] T. Sikora, “MPEG digital video-coding standards,” IEEE Signal Process. Mag., vol.14, no.5, pp.82–100, Sept. 1997.

[13] Z. Wang, “Fast algorithms for the discrete W transform and for the discrete Fourier transform,” IEEE

Trans. Acoust. Speech Signal Process., vol.ASSP-32, no.4, pp.803–816, April 1984.

[14] A. Said and W.A. Pearlman, "A new, fast, and efficient image codec based on set partitioning in hierarchical trees," IEEE Trans. Circuits Syst. Video Technol., vol.6, no.3, pp.243–250, 1996.

[15] W.H. Chen, C.H. Smith, and S.C. Fralick, "A fast computational algorithm for the discrete cosine transform," IEEE Trans. Commun., vol.25, no.9, pp.1004–1009, Sept. 1977.

（平成 21 年 4 月 23 日受付，7 月 3 日再受付）

鈴木　大三　（学生員）

平 16 慶大・理工・電子卒．平 18 同大大学院修士課程了．同年凸版印刷（株）入社．現在，慶大大学院博士課程在学中．ディジタル信号処理，特にフィルタバンクを用いた静止，動画像及び音響符号化に関する研究に従事．

池原　雅章　（正員）

昭 59 慶大・工・電気卒．平元同大大学院博士課程了．工博．平元長崎大・工・講師．平 10 慶大・理工・助教授．平 16 同大・理工・教授．回路理論，ディジタル信号処理に関する研究に従事．