

TOSHIBA

Leading Innovation >>>

使ってみよう！部分空間法 ~Ausgang~ -相互部分空間法-

部分空間法研究会 2010

2010年7月26日

株式会社 東芝 研究開発センター
河原 智一

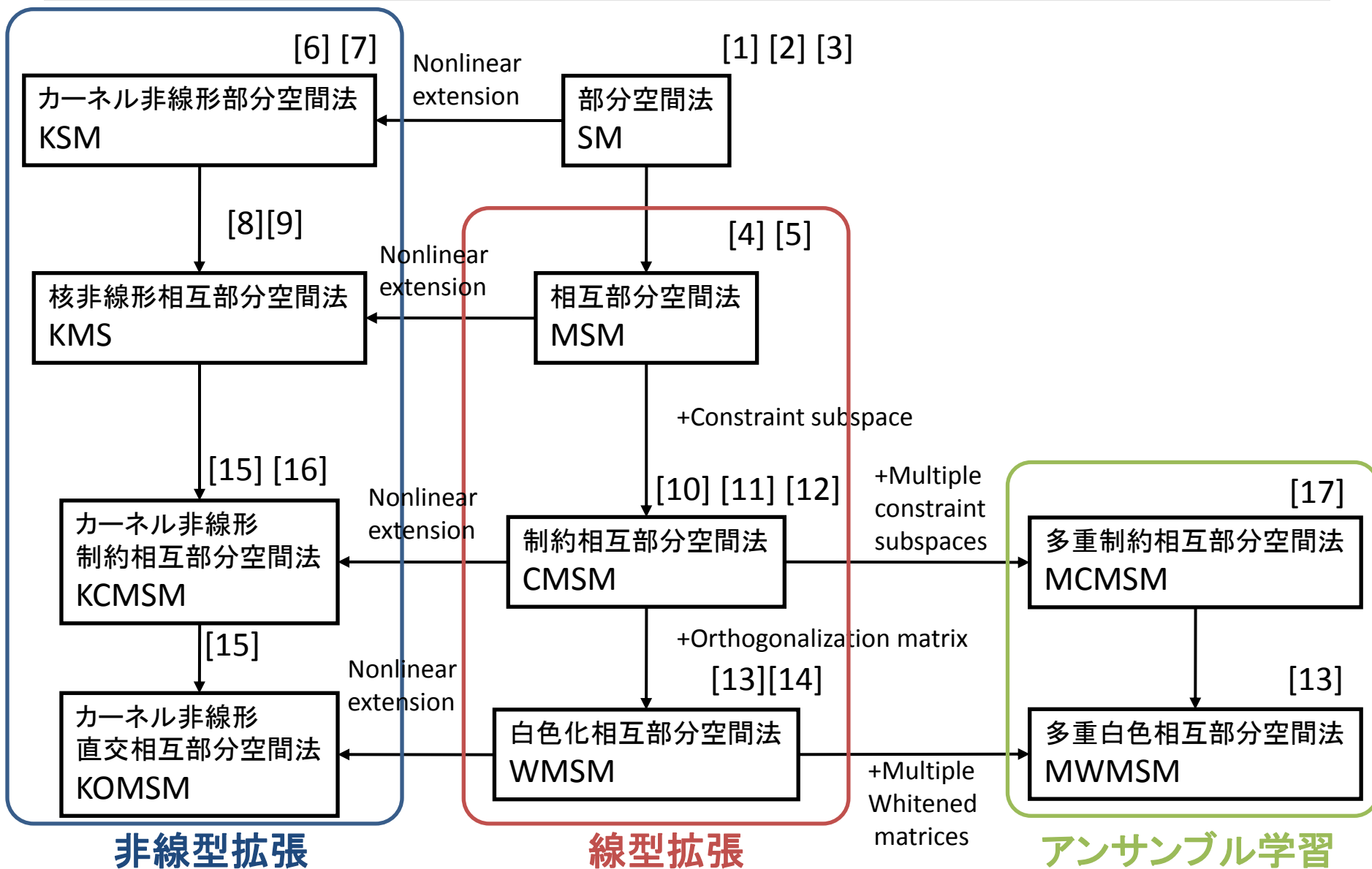
目次

- 部分空間法の拡張
- 相互部分空間法とは
- 相互部分空間法の拡張
- 実験結果

目次

- 部分空間法の拡張
 - 線型
 - 非線型
 - アンサンブル学習
- 相互部分空間法とは
- 相互部分空間法の拡張
- 実験結果

認識手法の系譜図(筑波大福井先生作成の図を改変)



目次

- 部分空間法の拡張
- **相互部分空間法とは**
 - 部分空間法の枠組みの拡張
 - 部分空間同士の類似度計算
- 相互部分空間法の拡張
- 実験結果

相互部分空間法とは[4][5]

- “複数”の入力ベクトルと複数の登録サンプルの類似性を測る手法
- 部分空間法における以下の枠組みを拡張
 - 複数の登録サンプル(分布)からクラスらしさを部分空間で表現
 - 部分空間に属する長さ1のベクトルで、入力ベクトルに最も近いベクトルを探索

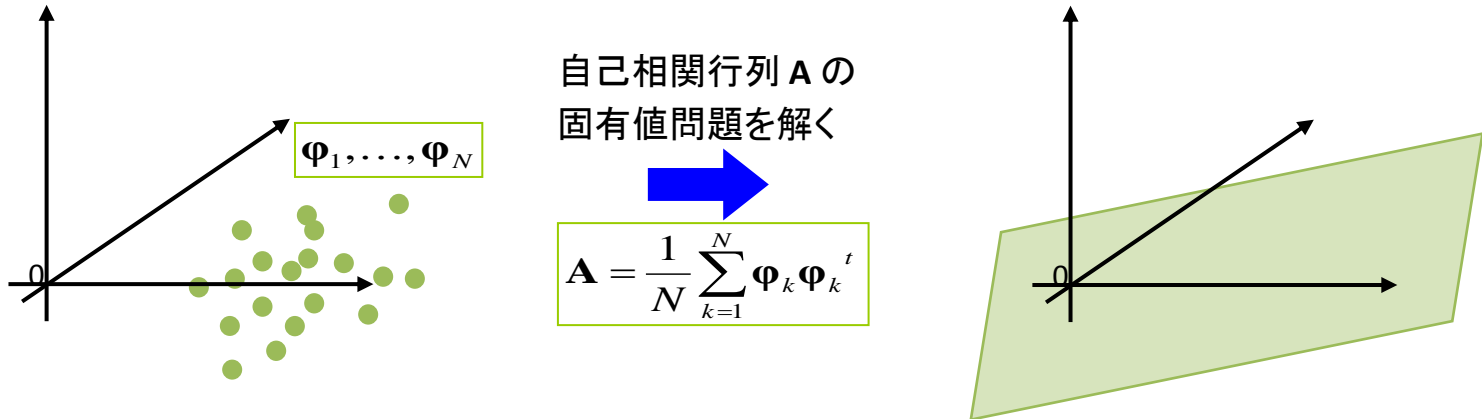


相互部分空間法

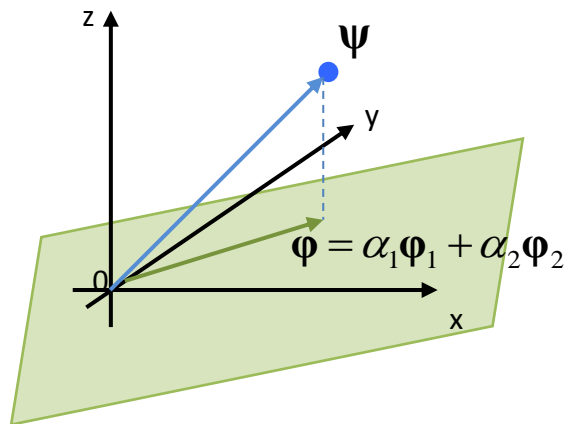
- 複数ある入力ベクトル(分布)およびサンプル(分布)を部分空間で表現
- 正準ベクトル(各部分空間に属する長さ1のベクトルで最も近いペア)の間の角度(の余弦の2乗)を部分空間同士の類似度とする

部分空間法の枠組み

- 登録サンプルのクラスらしさを部分空間で表現



- 部分空間に属する長さ1のベクトルで、入力ベクトルに最も近いベクトルを探索

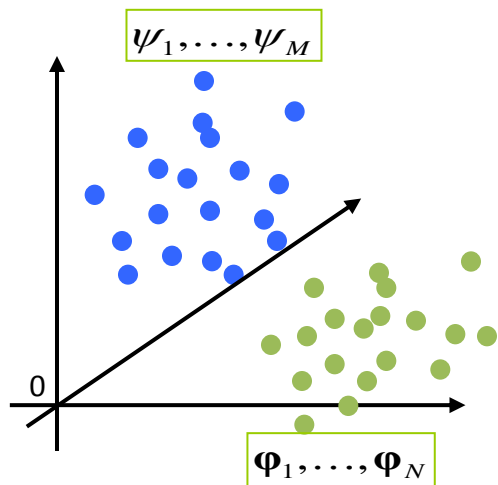


$$\begin{aligned} \max_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1} (\phi, \psi) &= \max_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1} (\alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2, \psi) \\ &= \max_{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1} (\alpha^t \Phi^t \psi) \end{aligned}$$

入力側も部分空間で表現

- 複数ある入力ベクトル(分布)およびサンプル(分布)を部分空間で線型表現

それぞれで自己相関行列
&固有値問題

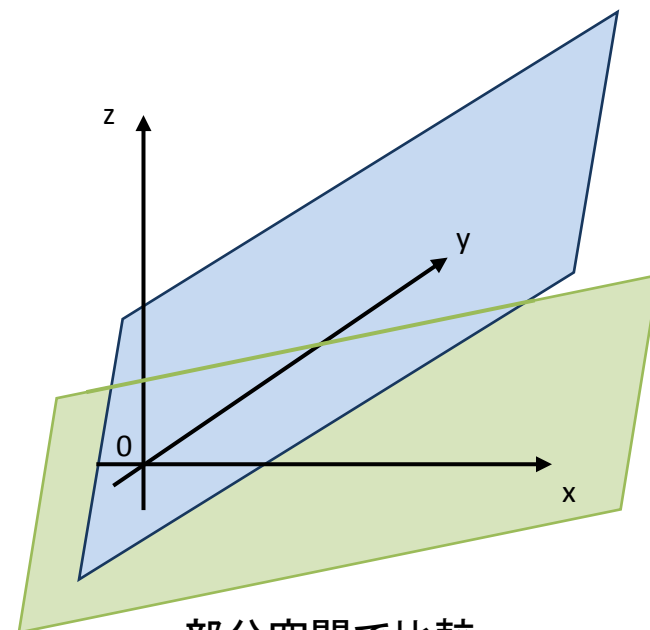


2つの集合の類似性を比較

$$\mathbf{A} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \psi_k \psi_k^t$$



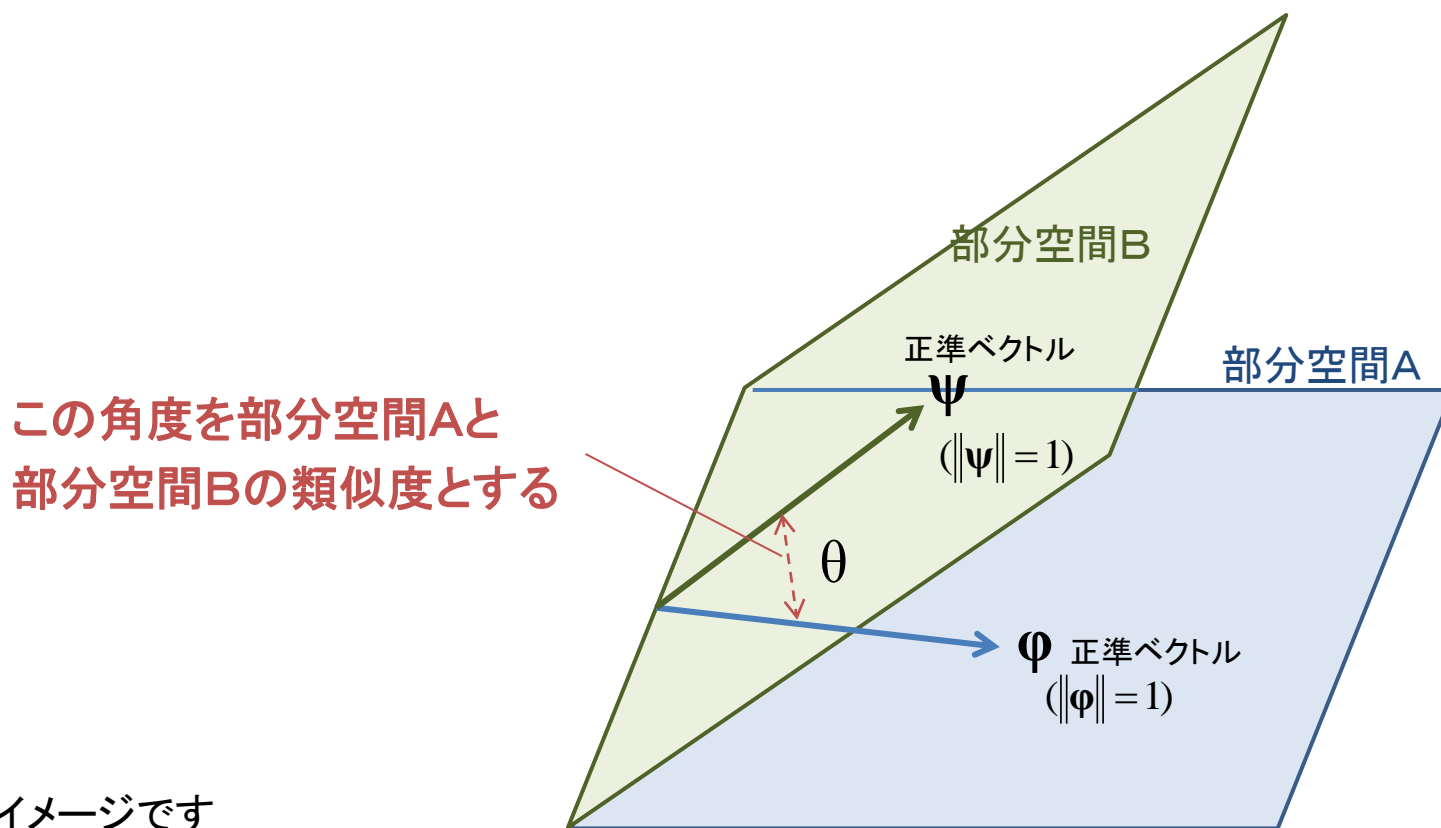
$$\mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \phi_k \phi_k^t$$



部分空間で比較

部分空間同士の角度を用いて類似性を評価

- 各部分空間に属する長さ1のベクトルで最も近いペアの角度で部分空間同士の類似性を表現
 - このペアのベクトルをそれぞれの正準ベクトルと呼ぶ



この図はイメージです

(3次元空間中の2次元平面同士では、共通部分(重なる部分)に属するベクトルが最も近いベクトルになるため)

部分空間同士の類似度計算(1/2)

- 類似度は以下の問題を解くことで得られる

- φ, ψともに長さが1の制約があるので、「最も近い」＝「内積が最大」

$$\max_{\substack{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1, \\ \beta_1^2 + \beta_2^2 = 1}} (\phi, \psi) = \max_{\substack{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1, \\ \beta_1^2 + \beta_2^2 = 1}} (\alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2, \beta_1 \psi_1 + \beta_2 \psi_2)$$

類似度を導出する問題

$$= \max_{\substack{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1, \\ \beta_1^2 + \beta_2^2 = 1}} (\alpha^t \Phi^t \Psi \beta)$$

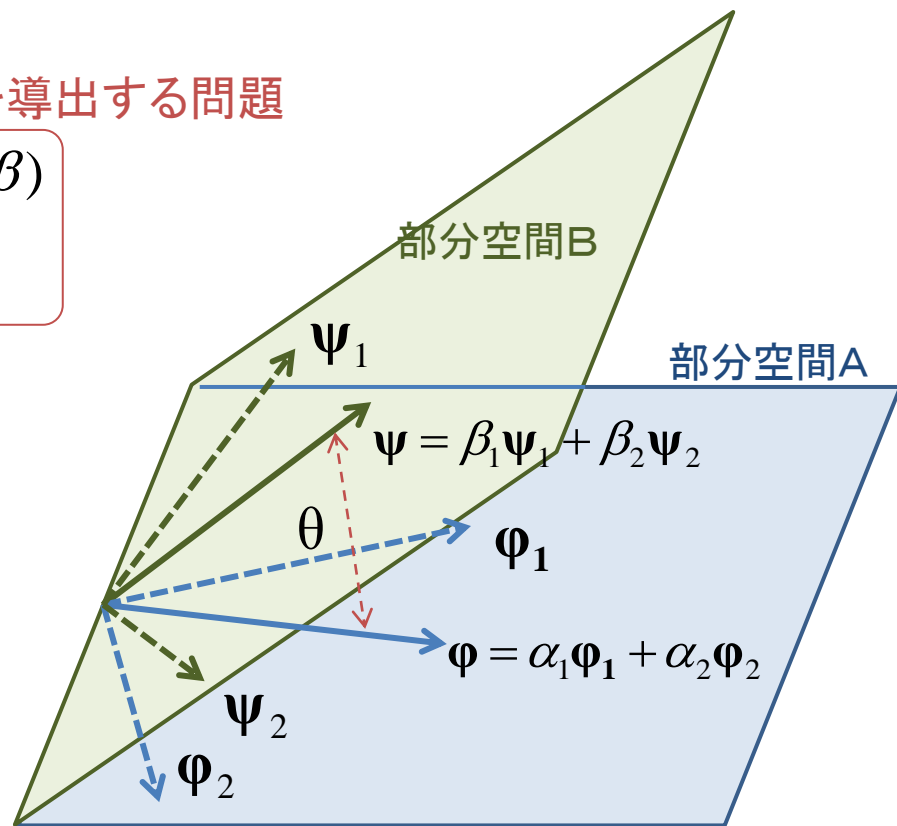
= cos θ : 類似度

φ₁ φ₂ 部分空間Aの正規直交基底

ψ₁ ψ₂ 部分空間Bの正規直交基底

この図はイメージです

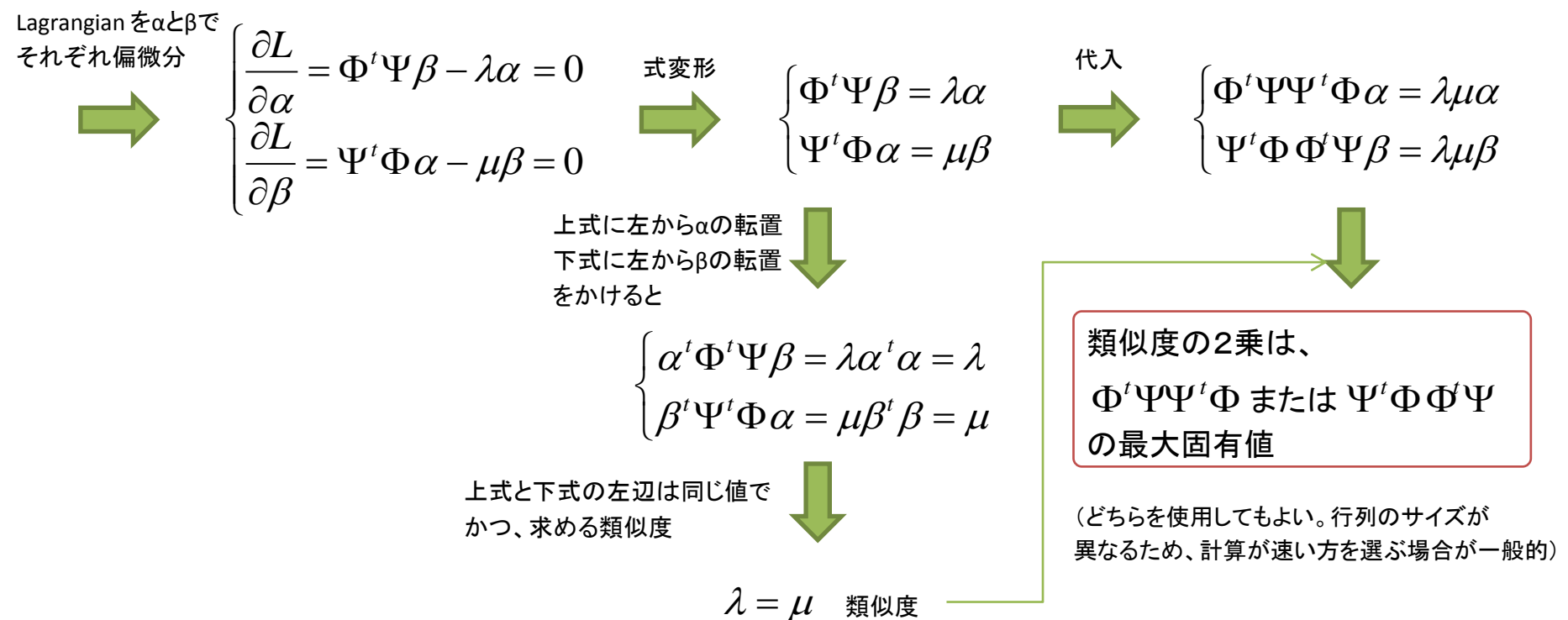
(3次元空間中の2次元平面同士では、共通部分(重なる部分)に属するベクトルが最も近いベクトルになるため)



部分空間同士の類似度計算(2/2)

- 問題 $\max_{\substack{\alpha, \beta \\ \|\alpha\|=\|\beta\|=1}} (\alpha^t \Phi^t \Psi \beta)$ をLagrange の未定乗数法を用いて解く

$$\text{Lagrangian: } L = \alpha^t \Phi^t \Psi \beta - \frac{1}{2} \lambda (\alpha^t \alpha - 1) - \frac{1}{2} \mu (\beta^t \beta - 1)$$



目次

- 部分空間法の拡張
- 相互部分空間法とは
- **相互部分空間法の拡張**
 - 制約相互部分空間法
 - 白色化相互部分空間法
 - 各手法のポイント
- 実験結果

相互部分空間法の(線型)拡張

- 相互部分空間法はクラス内変動を制御しているとみなすと...
 - クラスらしさを線型で表現しているとは、クラス内変動を線型近似しているとみなすこともできる
- クラス間変動も考慮した(線型)拡張
 - 具体的には、複数の部分空間に対して、部分空間同士の角度を広げる線型写像を考える
 - 制約相互部分空間法
 - 白色化相互部分空間法

制約相互部分空間法[10][11][12]

- 制約部分空間へ各部分空間を射影することで、部分空間同士の角度を広げる
 - 制約部分空間は、各カテゴリの部分空間の(一般化)差分部分空間
 - 具体的な計算方法は、以下の部分空間の集合の自己相関行列の固有値が”**小さい**”ベクトルを基底とする(基底数は実験的に決める)

自己相関行列
$$\mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{P}_k = \mathbf{B} \mathbf{\Lambda} \mathbf{B}^t$$

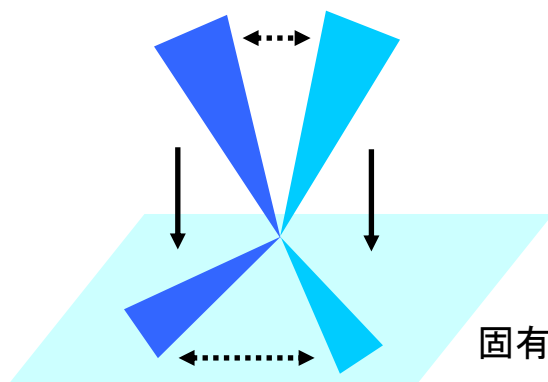
固有値の対角行列 固有ベクトルを並べた行列

各部分空間への射影行列

部分空間への射影行列

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^d \psi_i \psi_i^t$$

$\psi_1 \dots \psi_d$ は部分空間の正規直交基底



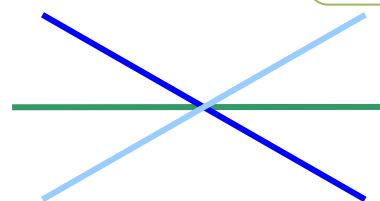
制約部分空間

固有値の**小さい**固有ベクトルで生成された空間へ射影する

白色化相互部分空間法[13][14]

- 白色化変換を施すことで、部分空間同士の角度を広げ、密度を均一化しようとする手法
 - 白色化変換は、部分空間の集合の自己相関行列の固有値と固有ベクトルを用いて得られる

$$\text{自己相関行列 } \mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{P}_k = \mathbf{B} \mathbf{\Lambda} \mathbf{B}^t$$

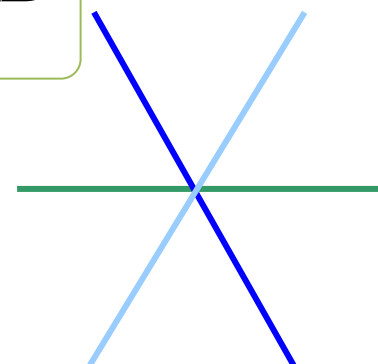


白色化変換

$$\mathbf{W} = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{B}^t$$

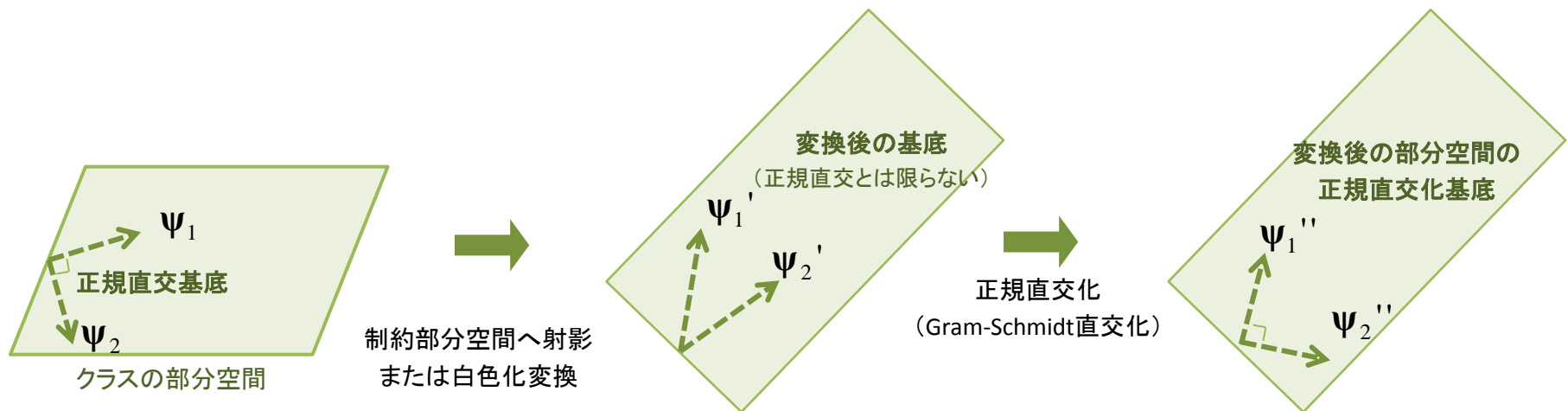


$$\mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{W}^t = \mathbf{I}$$



制約および白色化相互部分空間法の識別方法

- 各クラスの部分空間の制約部分空間への射影または白色化変換を計算
 - 各クラスの d 次元部分空間の正規直交基底 $\psi_1 \dots \psi_d$ をそれぞれ、制約部分空間へ射影または白色化変換する
 - 射影または変換で得られた d 本の $\psi_1' \dots \psi_d'$ を正規直交化 (Gram-Schmidt 直交化など) することで、変換した部分空間の基底 $\psi_1'' \dots \psi_d''$ を得る
- 変換後の部分空間同士の類似度を相互部分空間法で計算



部分空間での射影・変換のイメージ

部分空間の集合の自己相関行列とは(1/2)

- 固有値の大きさがその固有ベクトル方向の部分空間の密度を表す行列

部分空間への射影行列

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^d \psi_i \psi_i^t$$

$\psi_1 \dots \psi_d$ は部分空間の正規直交基底

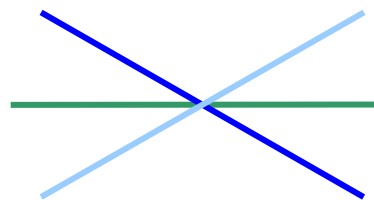
自己相関行列 $\mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{P}_k = \mathbf{B} \mathbf{\Lambda} \mathbf{B}^t$

各部分空間への射影行列

固有値の対角行列

固有ベクトルを並べた行列

イメージ図



部分空間の集合

固有値の大きさを楕円で表現



自己相関行列を計算



固有値大＝密

固有値小＝疎

部分空間の集合の自己相関行列とは(2/2)

- 固有値は、対応する固有ベクトルと各部分空間との射影長の2乗平均

$$\lambda = \mathbf{v}^t \lambda \mathbf{v} = \mathbf{v}^t \mathbf{A} \mathbf{v} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{v}^t (\mathbf{P}_k \mathbf{v}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \cos^2 \theta_k(\mathbf{v})$$

固有値

各部分空間との射影長の2乗平均

λ 自己相関行列Aの固有値

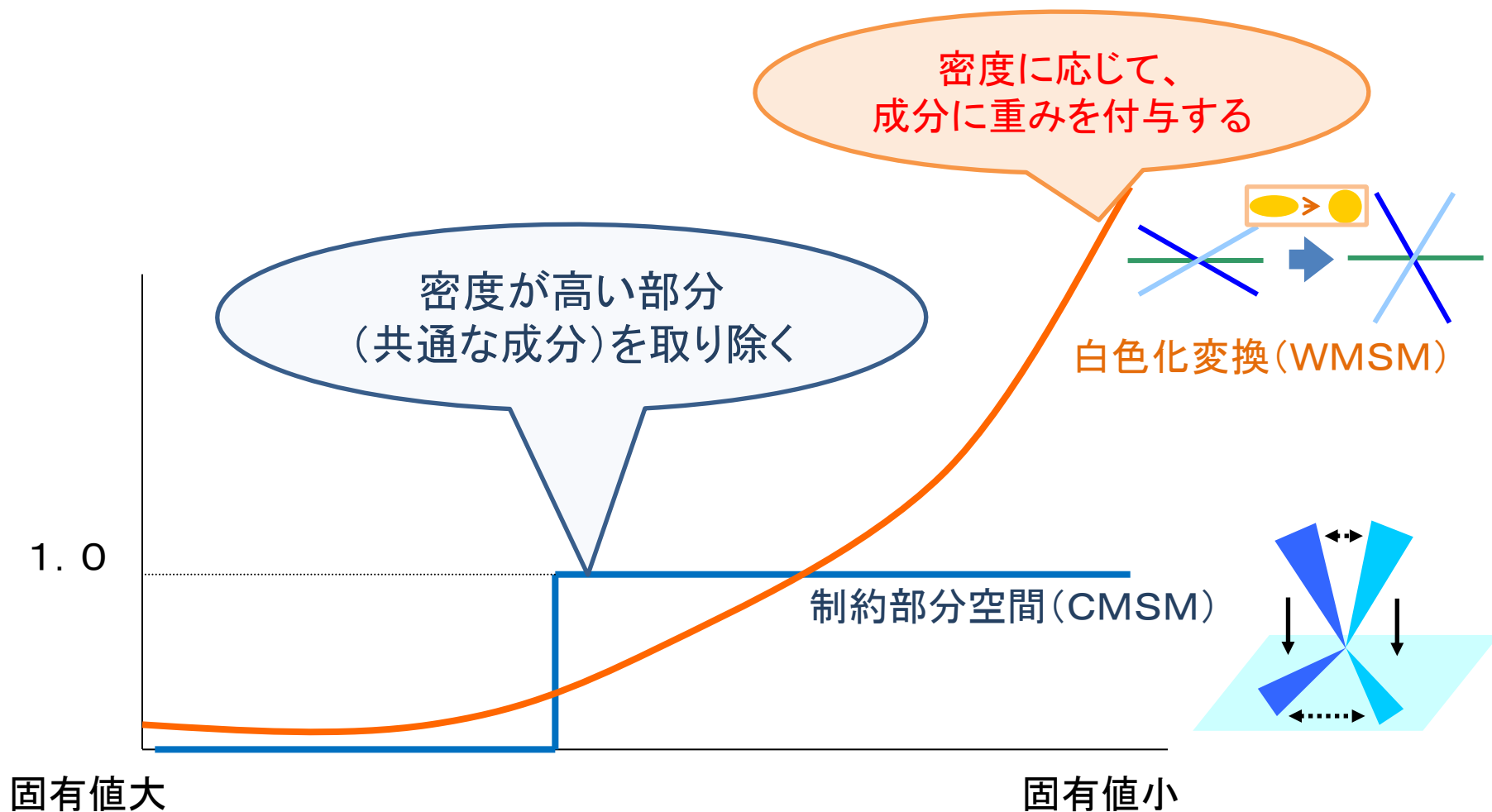
\mathbf{v} λ に対応する固有ベクトル

$\theta_k(\mathbf{v})$ k番目の部分空間と \mathbf{v} との角度

➡ 射影長の2乗平均が大きいほど、部分空間の密度が高く
小さいほど、部分空間の密度が低い

制約部分空間・白色化変換の違い

- 「固有値＝部分空間の密度」を利用した、自己相関行列の固有ベクトルの重み付けの違いとして表現



2手法を使用する際のポイント

- 部分空間の密度推定がポイント
- 制約相互部分空間法
 - カテゴリ数が少ない、または十分な学習ができない場合、学習時と認識時に分布が大きく変わるときなどに有効
- 白色化相互部分空間法
 - カテゴリ数が多く、十分に学習ができる場合に有効
 - カテゴリ数が少ないと過学習する傾向がある
 - 特に、「特徴空間次元 $>$ 部分空間の次元 \times カテゴリ数」の時は、部分空間同士を直交化させる

概要

- 部分空間法の拡張
- 相互部分空間法とは
- 相互部分空間法の特徴抽出手法
- **実験結果**

公開顔データによる実験

- データベース

	probe	gallery
FERET fa, fb	1196	1195



画像例

- 手法

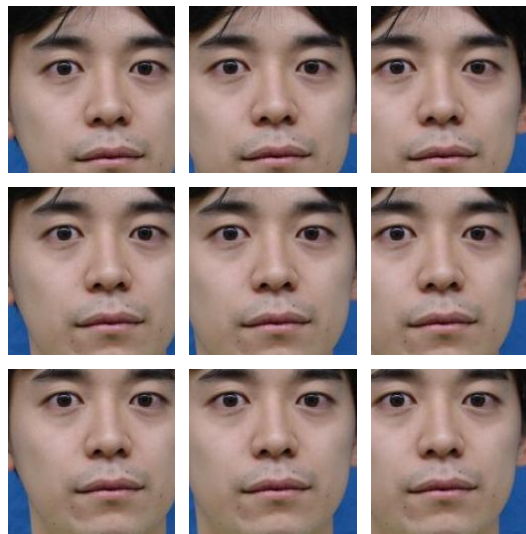
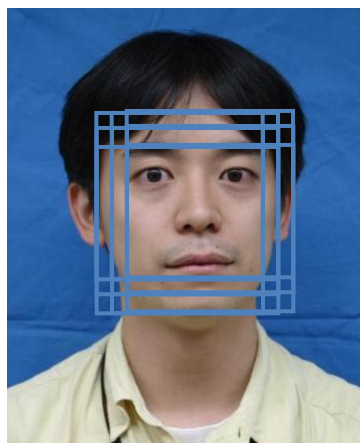
- 相互部分空間法 (MSM)
- 制約相互部分空間法 (CMSM)
- 白色化相互部分空間法 (WMSM)

- 評価指標

- 1位正解率
- 等価エラー率

特徴点検出の誤差に対応するため

- 検出位置から顔を切り出す際、顔領域を複数変化させて、複数の画像を生成
 - 検出位置が多少ずれても、対応でき、検出誤差に頑健になる
 - 登録・照合両方で行うことで、さらに検出誤差に頑健になる

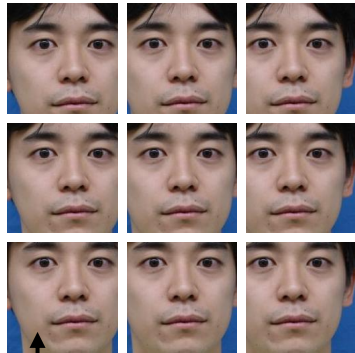


切り出した複数の顔画像

複数の顔画像から部分空間を作成

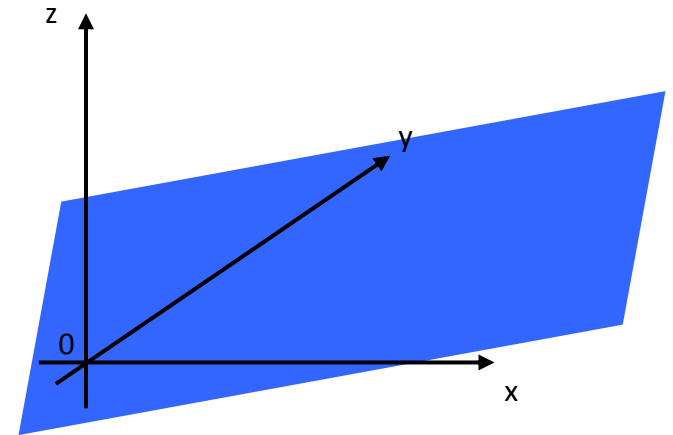
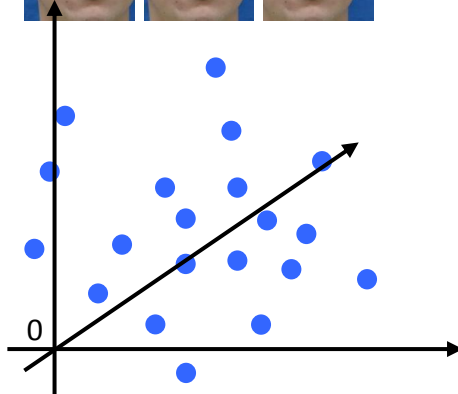
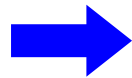
- 以下の処理を登録・照合の双方で行う

切り出した複数の顔画像



自己相関行列 & 固有値問題

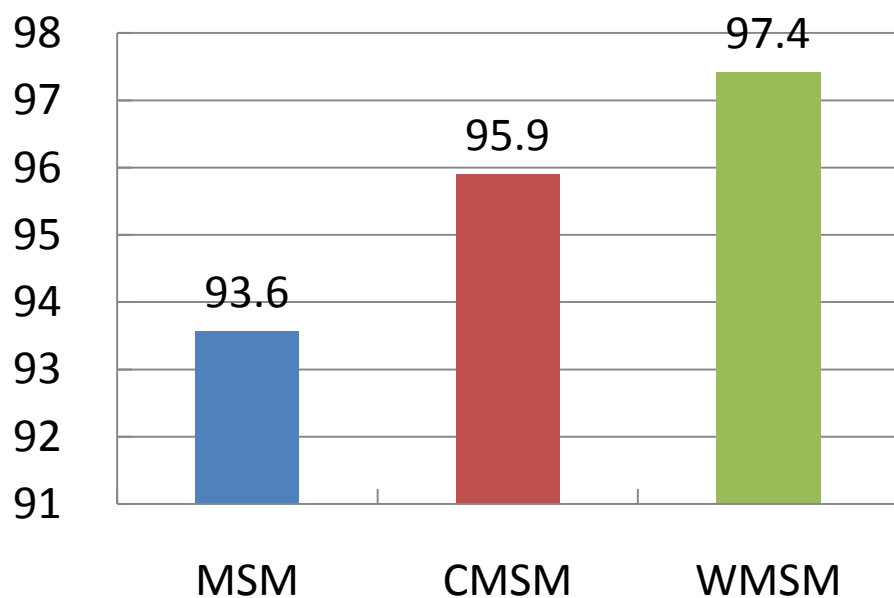
$$\mathbf{A} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi_k \psi_k^t$$



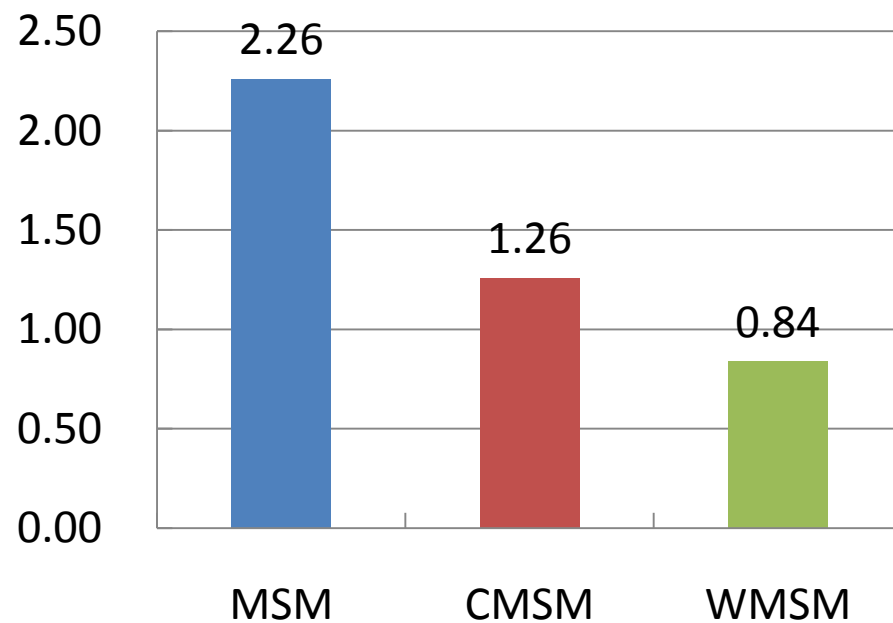
個人の顔の部分空間
(登録・照合)

認識実験(FERET)

1位正解率(%)

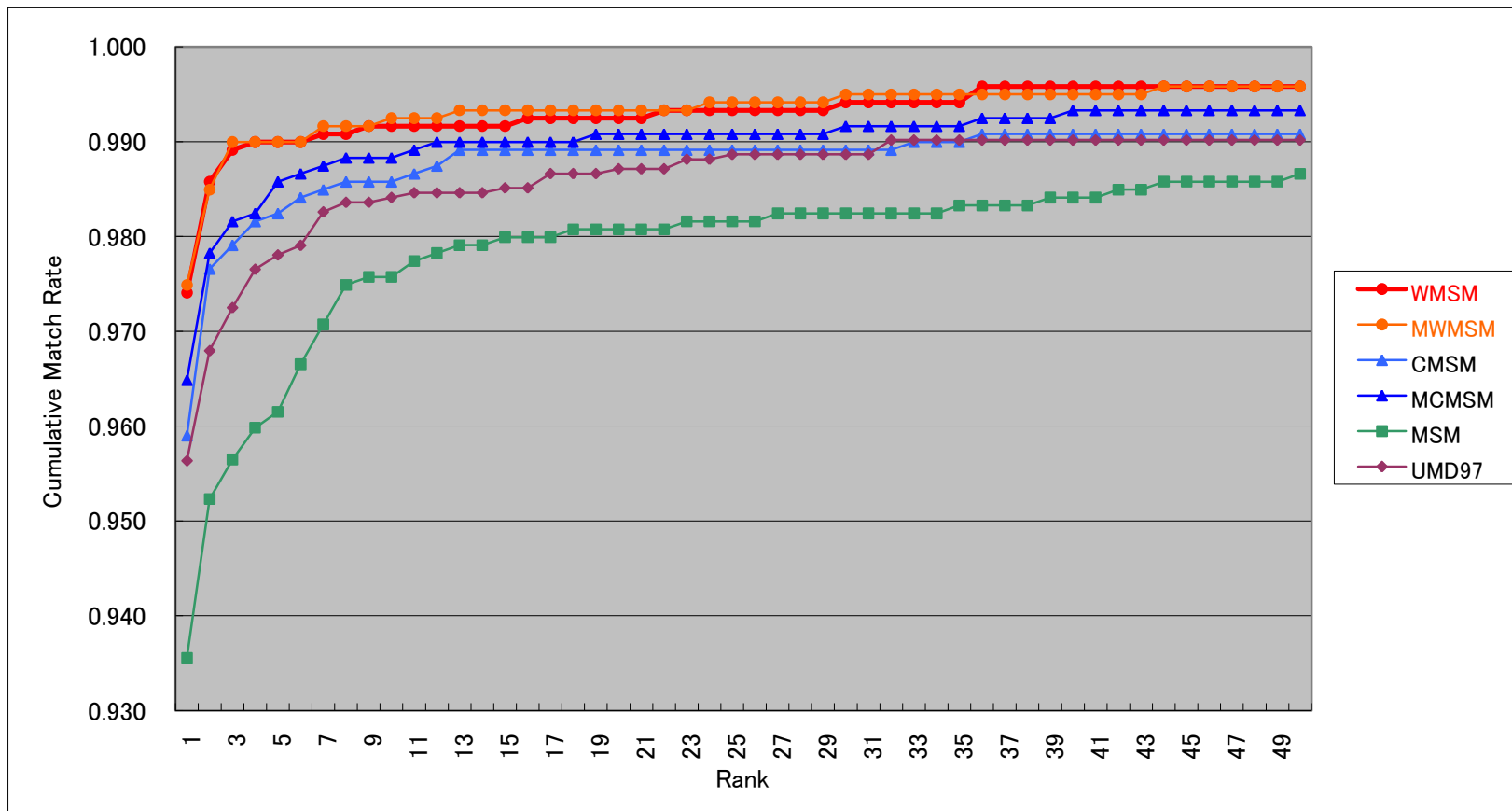


等価エラー率(%)



実験結果

- FERET データにおける累積分類率



References

- [1] S. Watanabe, N. Pakvasa, “Subspace method of pattern recognition”, Proc. 1st Int. J. Conf. on Pattern Recognition, 1973.
- [2] 飯島泰蔵, “パターン認識”, 電気・電子工学大系43, コロナ社, 1973.
- [3] エルツキ・オヤ著, 小川英光, 佐藤誠訳, “パターン認識と部分空間法”, 産業図書, 1986.
- [4] 前田賢一, 渡辺貞一, “局所的構造を導入したパターン・マッチング法”, 信学論(D), vol.J68-D, no.3, pp.345-352, 1985.
- [5] O.Yamaguchi, K. Fukui, K. Maeda, “Face Recognition using Temporal Image Sequence”, Proc. of the third International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, pp.318-323, 1998.
- [6] 前田英作, 村瀬洋, “カーネル非線形部分空間法によるパターン認識”, 信学論(D-II), vol.J82-D-II, no.4, pp.600-612, 1999.
- [7] 津田宏治, “ヒルベルト空間における部分空間法”, 信学論(D-II), vol.J82-D-II, no.4, pp.592-599, 1999.
- [8] 坂野鋭, 武川直樹, 中村太一, “核非線形相互部分空間法による物体認識”, 信学論(D-II), vol.J84-D, no.8, pp.1549-1556, 2001.
- [9] 市野将嗣, 坂野鋭, 小松尚久, “核非線形相互部分空間法による話者認識”, 信学論(D-II), vol.J88-D-II, no.8, pp.1331-1338, 2005.
- [10] 福井和広, 山口修, 鈴木薫, 前田賢一, “制約相互部分空間法を用いた環境変動にロバストな顔画像認識- 照明変動を抑える制約部空間の学習-”, 信学論(D-II), vol.J82-D-II, no.4, pp.613-620, 1999.
- [11] 福井和広, 山口修, “一般化差分部分空間に基づく制約相互部分空間法”, 信学論(D-II), vol.J87-D-II, no.8, pp.1622-1631, 2004.
- [12] K. Fukui, O. Yamaguchi, “Face recognition using multiviewpoint patterns for robot vision”, 11th International Symposium of Robotics Research (ISRR'03), pp.192-201, springer, 2005.
- [13] T. Kawahara, M. Nishiyama, T. Kozakaya, O. Yamaguchi “Face recognition based on whitening transformation of distribution of subspaces”, Subspace 2007, pp.97-103, 2007.
- [14] 山口修, 河原智一, “白色化相互部分空間法における特徴選択に関する考察”, 信学技報, vol.109, no.470, PRMU2009-269, pp. 211-216, 2010年3月.
- [15] 福井和広, 山口修, “カーネル非線形制約相互部分空間法による物体認識”, 電子情報通信学会論文誌(D-II), vol.J88-D-II, no.8, pp.1349-1356, 2005.
- [16] K. Fukui, B. Stenger, O. Yamaguchi, “A framework for 3D object recognition using the kernel constrained mutual subspace method”, ACCV06, part-I, pp.315-324, 2006.
- [17] M. Nishiyama, O. Yamaguchi, and K. Fukui, “Face recognition with the multiple constrained mutual subspace method”, In *Audio- and Video-based Biometric Person Authentication*, pages 71–80, 2005.
- [18] F. Chatelin, “行列の固有値,” 伊理正夫, 伊理由実訳, シュプリンガー・フェアラク東京, 1993.