

## 『離散構造』 演習問題 No.2 (亀山)

以下の演習問題に対して、演習実施日までに解答 (A4 サイズ用紙、氏名・学籍番号明記) を用意せよ。

### 問題 1 (論理の続き; 演習問題 1 の最後の問題と同じ)

(a) 命題  $\neg(P \wedge (Q \Rightarrow R))$  をそれと同値な論理積標準形の命題に変形しなさい。

ただし、論理積標準形の論理式とは、(インフォーマルに述べれば)  $\wedge$  の外に  $\neg$  も  $\vee$  もなく、 $\vee$  の外に  $\neg$  がない論理式である。(逆にいえば、一番外に  $\wedge$  が、次に  $\vee$  が、一番内側に  $\neg$  がある論理式である。)

手順の復習 1.  $\Rightarrow$  や  $\Leftrightarrow$  を除去する。2.  $\neg$  を一番内側に移動する。3.  $\vee$  を  $\wedge$  の内側に移動する。

(b) 命題  $(P \wedge Q) \vee (R \wedge S)$  をそれと同値な論理積標準形の命題に変形しなさい。

### 問題 2 (集合の記述)

以下の集合を  $\{x \in S \mid A\}$  の形 ( $S$  は集合,  $A$  は  $x$  に関する論理式) で記述せよ。ただし、「 $x$  が素数である」ことを意味する論理式を  $\text{Prime}(x)$  とする。

(a) 2 つの素数ではさまれた自然数すべてからなる集合. ( $x-1$  と  $x+1$  がともに素数であるような数  $x$  からなる集合。たとえば、4 は素数 3 と 5 ではさまれているから、この集合の要素となる。)

(b) 素数 1 つだけからなる整数の集合からなる集合 (ヒント: 1 つ 1 つの要素は、たとえば  $\{3\}$  や  $\{5\}$  のように素数 1 つだけからなる集合であり、そのような集合を全部あつめてできた集合を作りたい。)

### 問題 3 (集合の演算)

以下の集合の組はいつでも同じ集合になるか、必ずしも一致しないか、判定せよ。(一致する場合は証明し、一致しない場合は反例をあげなさい。)

(a) 集合  $(S \cup T) \cap V$  と集合  $(S \cap V) \cup T$ . (誤植を修正しました。以前の誤植込みバージョンは、「集合  $(S \cup T) \cap V$  と集合  $(S \cap V) \cup (S \cap V)$ 」でした。)

(b) 集合  $(S - T) \cup V$  と集合  $(S \cup V) - T$ .

(c) 集合  $2^{S \cup T}$  と集合  $2^S \cup 2^T$ .

### 問題 4 (有限集合の要素数)

有限集合  $S$  の要素数を  $\#S$  と表すことにする。 $\#(S \cup T) = \#S + \#T - \#(S \cap T)$  と  $\#(S - T) = \#S - \#(S \cap T)$  は既知として以下の問に答えなさい。

- 「1 から 1000 までの整数で、11 の倍数であって、91 と互いに素 (最大公約数が 1) であるもの」の個数。