

(1) 授業で説明した変換符号化の方法を1つ選び、その性能(圧縮率と歪みの関係、画質、計算量、使いやすさなど何でも良い)を改善するあなたのオリジナルのアイデアを考案し、説明しなさい。ただし、簡単なもので良いので自力で考えたものを書くこと。[20点]

(2) (1)と同じ問題をサブバンド符号化またはベクトル量子化に属する方法について答えなさい。[20点]

(3) JPEGで高い圧縮性能が実現できる理由を5つ述べなさい。ただし、各々を2行以内で簡潔に書くこと。[2点×5=10点]

(4) スカラー量子化は(小さい歪でデータ量を削減する意味での)データ圧縮にはならないがベクトル量子化ではそれが実現できる理由を、5行で説明しなさい。[10点]

(5) 直交変換に関して、以下の問い(a), (b)に答えなさい。[15点]

(a) 直交変換の定義を述べなさい。

(b) 2次元ベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2)^T$ に対する直交変換係数を $\vec{u} = (u_1, u_2)^T$ とするとき、直交変換は以下のエネルギー保存性と呼ばれる性質を持つことを示しなさい。

$$x_1^2 + x_2^2 = u_1^2 + u_2^2$$

(6) 次式のガウス分布にしたがって2次元ベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2)^T$ の集合を発生する情報源がある。以下の問い(a)~(d)に答えなさい。[25点]

$$P(x_1, x_2) = \frac{1}{2\sqrt{3}\pi} \exp\left[-\frac{(x_1 + x_2)^2}{12} - \frac{(x_1 - x_2)^2}{4}\right]$$

(a) この情報源から発生したベクトル $\vec{x} = (x_1, x_2)^T$ の集合を座標軸が $x_1, x_2$ の2次元平面にプロットするとどのように分布するか、概略を図示しなさい。

(b) この情報源に対するKL変換を表す直交変換行列 $A$ を求めなさい。

(c) KL変換の変換係数を $\vec{u} = (u_1, u_2)^T \equiv A\vec{x}$ とするとき、 $u_1, u_2$ の分散の値 $E[u_1^2], E[u_2^2]$ 及び $u_1$ と $u_2$ の共分散の値 $E[u_1 u_2]$ を求めなさい。ただし、分散が大きい方の係数を第1成分 $u_1$ と定義する。

(d) 第2成分 $u_2$ を無視して第1成分 $u_1$ のみでベクトル $\vec{x}$ を再構成した際に生じる歪み(2乗誤差)の期待値を求めなさい。

締め切り：5/24(月)17:00, 提出先：manabaのレポートとして提出