

『離散構造』 Short Quiz 略解

2016年11月11日(海野)

問題 1 自然数の集合 \mathcal{N} 上の 2 項関係 $x R y \Leftrightarrow \exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$ が反射的、対称的、推移的、反対称的であるか否かそれぞれ理由をつけて答えよ。ただし、 \mathcal{N} は 0 を含むものとする。

答. $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = x)$ がすべての $x \in \mathcal{N}$ について成り立つので反射的である。 $0 R 1$ だが $1 R 0$ でないので対称的でない。 $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$ かつ $\exists a \in \mathcal{N}(y + a = z)$ ならば $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = z)$ なので推移的である。 $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$ かつ $\exists a \in \mathcal{N}(y + a = x)$ ならば $x = y$ なので反対称的である。

問題 2 集合 $A = \{pen, pineapple, apple\}$, $B = \{\text{ペン}, \text{りんご}, \text{パイナップル}, \text{バナナ}\}$, $C = \{stylo, ananas, banane\}$ について、 A, B 上の 2 項関係 $R \subset A \times B$ と B, C 上の 2 項関係 $S \subset B \times C$ を以下のように定める。

$$\begin{aligned} R &= \{\langle pen, \text{ペン} \rangle, \langle pineapple, \text{パイナップル} \rangle, \langle apple, \text{りんご} \rangle\} \\ S &= \{\langle \text{ペン}, stylo \rangle, \langle \text{パイナップル}, ananas \rangle, \langle \text{バナナ}, banane \rangle\} \end{aligned}$$

関係 $R \circ S \subset A \times C$ を求めよ。

答. $R \circ S = \{\langle x, y \rangle \mid \exists z(x R z \wedge z S y)\} = \{\langle pen, stylo \rangle, \langle pineapple, ananas \rangle\}$