

## 『離散構造』 Short Quiz 略解

2016年11月11日(海野)

問題 1 自然数の集合  $\mathcal{N}$  上の 2 項関係  $x R y \Leftrightarrow \exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$  が反射的、対称的、推移的、反対称的であるか否かそれぞれ理由をつけて答えよ。ただし、 $\mathcal{N}$  は 0 を含むものとする。

答.  $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = x)$  がすべての  $x \in \mathcal{N}$  について成り立つので反射的である。  $0 R 1$  だが  $1 R 0$  でないので対称的でない。  $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$  かつ  $\exists a \in \mathcal{N}(y + a = z)$  ならば  $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = z)$  なので推移的である。  $\exists a \in \mathcal{N}(x + a = y)$  かつ  $\exists a \in \mathcal{N}(y + a = x)$  ならば  $x = y$  なので反対称的である。

問題 2 集合  $A = \{pen, pineapple, apple\}$ ,  $B = \{\text{ペン}, \text{りんご}, \text{パイナップル}, \text{バナナ}\}$ ,  $C = \{stylo, ananas, banane\}$  について、 $A, B$  上の 2 項関係  $R \subset A \times B$  と  $B, C$  上の 2 項関係  $S \subset B \times C$  を以下のように定める。

$$\begin{aligned} R &= \{\langle pen, \text{ペン} \rangle, \langle pineapple, \text{パイナップル} \rangle, \langle apple, \text{りんご} \rangle\} \\ S &= \{\langle \text{ペン}, stylo \rangle, \langle \text{パイナップル}, ananas \rangle, \langle \text{バナナ}, banane \rangle\} \end{aligned}$$

関係  $R \circ S \subset A \times C$  を求めよ。

答.  $R \circ S = \{\langle x, y \rangle \mid \exists z(x R z \wedge z S y)\} = \{\langle pen, stylo \rangle, \langle pineapple, ananas \rangle\}$