

『離散構造』演習問題 No.6 (海野)

出題: 2016年11月25日

期限: 2016年12月2日の授業

問題 1 (無向グラフ)

無向グラフ G_1 を以下のように定める。

- 頂点の集合 $V = \{\{x, y\} \mid x, y \in \{a, b, c, d, e\}, x \neq y\}$,
- 頂点 $x \in V$ と $y \in V$ の間に辺があることの必要十分条件は $x \cap y = \emptyset$

- 頂点 $\{a, b\}$ と $\{c, e\}$ の次数をそれぞれ求めよ。
- 頂点 $\{a, b\}$ から $\{b, d\}$ への道の中で最短のものを一つ求め、その長さを答えよ。
- 頂点 $\{a, b\}$ から $\{b, d\}$ への道の中で最長のものを一つ求め、その長さを答えよ。
- グラフ G_1 のサイズ (辺の本数) と位数 (頂点の数) と連結成分の個数を求めよ。
- グラフ G_1 のすべての辺を通る単純道 (同じ辺を2回以上通らない道) を一つ求めよ。存在しないならばそう答えよ。
- グラフ G_1 のすべての頂点を通る単純道を一つ求めよ。存在しないならばそう答えよ。

問題 2 (有向グラフ)

有向グラフ G_2 を以下のように定める。

- 頂点の集合 $V = \{0, 1, \dots, 7\}$,
- 辺の集合 $E = \{\langle x, y \rangle \in V \times V \mid y = 2 \cdot x \bmod 8 \vee y = (2 \cdot x + 1) \bmod 8\}$.

- 頂点 2 と 7 の出次数と入次数をそれぞれ求めよ。
- 頂点 1 から 5 への単純道の個数を求めよ (正確に数え上げるのは簡単ではない)。
- グラフ G_2 において最長の単純道とその長さを求めよ。
- グラフ G_2 のサイズと位数を求めよ。
- グラフ G_2 の強連結成分をすべて求めよ。

問題 3 (木に関する推論)

- 高さ h の n 分木の頂点の個数は何個以上何個以下であるか答えよ。