

# 『離散構造』演習問題 No.6 (海野)

出題: 2016年11月25日

期限: 2016年12月2日の授業

## 問題 1 (無向グラフ)

無向グラフ  $G_1$  を以下のように定める。

- 頂点の集合  $V = \{\{x, y\} \mid x, y \in \{a, b, c, d, e\}, x \neq y\}$ ,
  - 頂点  $x \in V$  と  $y \in V$  の間に辺があることの必要十分条件は  $x \cap y = \emptyset$
- (a) 頂点  $\{a, b\}$  と  $\{c, e\}$  の次数をそれぞれ求めよ。
- (b) 頂点  $\{a, b\}$  から  $\{b, d\}$  への道の中で最短のものを一つ求め、その長さを答えよ。
- (c) 頂点  $\{a, b\}$  から  $\{b, d\}$  への道の中で最長のものを一つ求め、その長さを答えよ。
- (d) グラフ  $G_1$  のサイズ (辺の本数) と位数 (頂点の数) と連結成分の個数を求めよ。
- (e) グラフ  $G_1$  のすべての辺を通る単純道 (同じ辺を2回以上通らない道) を一つ求めよ。存在しないならばそう答えよ。
- (f) グラフ  $G_1$  のすべての頂点を通る単純道を一つ求めよ。存在しないならばそう答えよ。

## 問題 2 (有向グラフ)

有向グラフ  $G_2$  を以下のように定める。

- 頂点の集合  $V = \{0, 1, \dots, 7\}$ ,
  - 辺の集合  $E = \{\langle x, y \rangle \in V \times V \mid y = 2 \cdot x \bmod 8 \vee y = (2 \cdot x + 1) \bmod 8\}$ .
- (a) 頂点 2 と 7 の出次数と入次数をそれぞれ求めよ。
- (b) 頂点 1 から 5 への単純道の個数を求めよ (正確に数え上げるのは簡単ではない)。
- (c) グラフ  $G_2$  において最長の単純道とその長さを求めよ。
- (d) グラフ  $G_2$  のサイズと位数を求めよ。
- (e) グラフ  $G_2$  の強連結成分をすべて求めよ。

## 問題 3 (木に関する推論)

- (a) 高さ  $h$  の  $n$  分木の頂点の個数は何個以上何個以下であるか答えよ。