

『離散構造』2章の演習問題

亀山

以下の演習問題は、次回の演習実施日までに解答を用意せよ。

問題 1 (述語論理; \forall と \exists の用法)

- (a) 「ロバを飼っている人は、幸せである」という文を、論理式で表現しなさい。ただし、「 x さんが y というロバを飼う」を $D(x, y)$ で表現し、「 x さんが幸せである」を $H(x)$ で表現しなさい。
- (b) 「 x は素数である」という論理式を、 $s = t$ および $s \leq t$ という形の論理式を基本命題として使って表現しなさい。(s, t の部分を記述するためには、変数は整数のほか、かけ算の記号を使ってよい。たとえば $x = yz$ という式を使ってよい。)

問題 2 (集合の演算)

以下の各項目における集合たちが、互いに等しいかどうか判定せよ。(等しい場合はその根拠を述べ、等しくない場合は具体的な反例をあげよ。なお、反例は無闇に大きな集合を考えず、要素数が 2-3 個程度の小さな集合の範囲で考えるとよい。)

- (a) 集合 $(A \cap B) \cup C$ と集合 $A \cap (B \cup C)$.
- (b) 集合 $(A - B) \cup B$ と集合 $A \cup B$.
- (c) 集合 $(A \cap B) \times C$ と集合 $(A \times C) \cap (B \times C)$.
- (d) 集合 $2^{A \times B}$ と集合 $2^A \times 2^B$.

問題 3 (有限集合の要素数)

A が有限集合のとき、 $\#A$ は A の要素数をあらわす。(なお、 A の要素数を $|A|$ と書くこともある。)

このとき、 $\#(A \cup B \cup C)$ を、 $\#A$ 、 $\#B$ 、 $\#C$ 、 $\#(A \cap B)$ 、 $\#(B \cap C)$ 、 $\#(C \cap A)$ 、 $\#(A \cap B \cap C)$ を使って表せ。

問題 4 (集合に関する推論)

任意の集合 A, B, C に対して以下の命題が成立するかどうか調べ、証明あるいは反証せよ。

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$