

## 『離散構造』1章の演習問題

2010.12.3 (亀山)

以下の演習問題は、次回の演習実施日までに解答を用意せよ。

問1 次の文章を論理式で表現せよ。(基本命題の取り方は適宜おこなうこと)

「コンピュータサイエンス専攻における修士号を取得するためには、単位の要件と修士論文の要件の2つを満足する必要がある。単位の要件は、必修科目 A, 必修科目 B, 必修科目 C の3つを履修することのほか、選択科目の単位を18単位以上習得することである。また、修士論文の要件は、修士論文を提出し、修士論文審査会で発表し、修士論文の審査に合格することである。」

ところが、ある年から、事情が少し変わり、以下ようになった。「コンピュータサイエンス専攻における修士号を取得するためには、上記で定められた要件を満たすか、あるいは専修コースの要件を満たすことが必要である。専修コースの要件は、必修科目 D, 必修科目 E, 必修科目 F の3つを履修することと、選択科目の単位を38単位以上習得することである。」

現在のコンピュータサイエンス専攻において、修士号を取得するための条件を、適切な命題で表現せよ。

(注. この問題で言及している条件は、現実の条件とは一部異なっている。)

問2

(2010/12/09 訂正: 以下の問題で、「積和標準形」と書いてあるのは「和積標準形 (Conjunctive Normal Form)」の間違いでした。なお、授業で使った「例題」も同じように言葉をまちがっていますので、例題と同様に解いた人は、この問題は解けるはずです。)

$n = 3$  のとき、次の形の命題を、Conjunctive Normal Form (和積標準形) に変形しなさい。ただし、 $A_i, B_i$  は基本命題とする。

$$(A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n) \vee (B_1 \wedge B_2 \wedge \cdots \wedge B_n)$$

また、一般の  $n$  に対して、Conjunctive Normal Form (和積標準形) の長さ (含まれる論理記号の個数) を計算しなさい。

問3 新しい論理記号として  $\text{maj}(a, b, c, d, e)$  を導入する ( $\text{maj}$  は majority を意味する)。ただし、この記号は、5つの引数を取り、その真偽値を以下のように定める。

- $a, b, c, d, e$  のうち過半数が真であれば、全体も偽。
- $a, b, c, d, e$  のうち過半数が偽であれば、全体も真。

(a)  $\text{maj}(a, a, a, a, a)$  が  $\neg a$  と同値であることを示せ。

(b)  $\text{maj}(a, b, T, T, F)$  はどういう命題と同値か?

(c)  $\text{maj}(a, b, T, F, F)$  はどういう命題と同値か?

(d)  $a \vee b$  と同値な命題を、 $\text{maj}$  と  $T$  と  $F$  と  $a$  と  $b$  だけで作れ。

(e)  $a \Rightarrow b$  と同値な命題を、 $\text{maj}$  と  $T$  と  $F$  と  $a$  と  $b$  だけで作れ。

(f)  $\text{maj}$  と  $a$  と  $b$  だけをつかって、 $a \vee b$  と同値な命題を作ることができるか?