『離散構造』 1章の例題

最終更新 2009.12.04

問 1-1 (命題論理による表現)

例題にならって、次の文を論理式で表現せよ。ただし、各問題ごとに指定された基本命題を使うこと。

(a) 「雨が降っていたら、A君は傘を持っていく。」

基本命題として、 P = 「雨が降っている」、 Q = 「A君は傘を持っていく」とすれば、「 $P \Rightarrow Q$ 」という命題で表現することができる。

(b) 「A君は怒られなければ勉強しない」と「A君が勉強したら怒られた。」(基本命題: P = 「A君が怒られる」、 Q = 「A君が勉強する」)

(c) 「授業が面白いが、単位が欲しければ、授業に出席する。」(基本命題: P = 「授業が面白い」、 Q = 「単位が欲しい」、 R = 「授業に出席する」)

問 1-2 (述語論理による表現)

例題にならって、次の文を論理式で表現せよ。

(a) 「 x は平方数である (ある整数の2乗になっている)。」

(b) 「筑波大学の1年生の中には、誕生日が同じ人が1組以上いる。」(基本命題: $P(x)$ = 「 x さんは筑波大学の1年生である」、 $Q(x,y,z)$ = 「 x さんの誕生日は y 月 z 日である」)

(c) 「 x は y と z の最小公倍数である」(基本命題: $x|y$ = 「 x は y を割り切る (y は x の倍数である)」)

問 2

真理値表に関する以下の問いに答えよ。

(a) 命題 $A \wedge B$ の否定の真理値表と、命題 $(\neg A) \vee (\neg B)$ の真理値表が等しくなることを確認せよ。このことを通して、命題「 x と y が奇数である」を否定すると、命題「 x が奇数でないか、または、 y が奇数でない」となることを確認せよ。

(b) 命題 A, B をそれぞれ $(C \Rightarrow D)$, $(\neg D) \Rightarrow (\neg C)$ と置いたときの真理値表を書くことにより、この命題 A と命題 B は同値となることを確かめよ。また、同時に、この命題 A, B について命題 $A \Leftrightarrow B$ を求めると、常に真となることも確かめよ。

(c) 命題 $((A \Rightarrow B) \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$ の真理値表を作成し、恒真式となるか否かを確認せよ。

問 3

以下の文を論理式 (命題) で表現した上で、証明もしくは反証せよ。ただし、反証とは正しくないことを証明することである。

(a) 連続した3つの自然数をかけた数は、6で割り切れる。

(b) 7で割り切れない自然数の6乗は、7で割ると1余る。

問 4 (発展的な問題; できなくても構わない。)

以下の論理式が常に正しいかどうか、理由をつけて述べよ。

- $(\exists y. \forall x. P(x, y)) \Rightarrow (\forall x. \exists y. P(x, y))$
- $(\forall x. \exists y. P(x, y)) \Rightarrow (\exists y. \forall x. P(x, y))$