

『離散構造』 1 章の演習問題

2008.12.5 (亀山)

Short Quiz の解答は、本日の授業終了時点までに解き提出しなさい。(学生番号、氏名を明記)

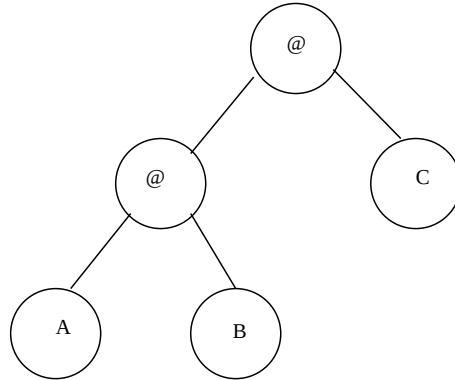
Short Quiz 論理記号を N 個含む命題 (論理式) の部分論理式のうち、相異なるものは、最大いくつあるか？

Short Quiz の解答.

まず、例をやってみると、 $A \wedge (B \Rightarrow ((\neg C) \wedge D))$ という命題の部分論理式は、 $A, B, C, D, \neg C, (\neg C) \wedge D, B \Rightarrow ((\neg C) \wedge D), A \wedge (B \Rightarrow ((\neg C) \wedge D))$ という 8 個である。

さて、少し考えてみると、 $\neg$ より、 $\wedge, \Rightarrow, \vee$ という論理記号の方が、部分論理式が多くなり、かつ、 $\wedge, \Rightarrow, \vee$ の違いは無視してよいことに気付く。また、「相異なるものが一番多い」ケースは、含まれる基本命題が全て 1 回ずつ現れるケース (1 つの基本命題が 2 回以上現れないケース) であることがわかる。

そこで、 $(A @ B) @ C$ のような構造を考えてみる。ここで @ は、 $\wedge$ などの論理記号のつもりである。



さて、この構造に含まれる 1 つの部分論理式は、1 つの「○」から下の構造になるので、要するに、「部分論理式の個数」と「○の個数」が一致することがわかるであろう。

論理記号が N 個あると、基本命題が $N + 1$ 個あるので、合計で $2N + 1$ 個の「○」がある。

結局、最大 $2N + 1$ 個の部分論理式をもつことがわかる。

上記の図のような構造を「二分木 (にぶんぎ, binary tree)」といい、情報科学の様々な分野で使われる構造である。この授業では第 5 章で扱う。