

『離散構造』2章の例題

平成20年11月21日

例題1 (集合の表現)

以下の集合を $\{x \in A \mid P(x)\}$ の形で記述せよ.

- (a) 1,2,3,5 を要素として持つ集合
- (b) うるう年 (4 で割り切れ、100 で割り切れないか、または、400 で割り切れる年) の集合
- (c) 素数の集合
- (d) 3桁の自然数で、それぞれの桁の数字が異なるものを集めた集合 (例: 123 はこの集合に属し、122 は属さない.)
- (e) 自然数の集合で3を含むもの (たとえば、奇数の集合や素数の集合) をすべて集めた集合

例題2 (集合の演算)

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 3, 4\}$ とするとき、以下の等式の左右両辺を計算して、等式が成立するかどうか答えよ。

- (a) $A \cup (B \cap C) = A \cap (B \cup C)$
- (b) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (c) $(A - B) - C = A - (B - C)$
- (d) $2^{\{\}} = \{\}$
- (e) $2^{A \cap B} = 2^A \cap 2^B$

例題3 (集合に関する推論)

集合 A, B, C に対して以下の等式が成立するか考え、証明または反証せよ.

- (a) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
- (b) $A = B \Rightarrow A - C = B - C$
- (c) $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$
- (d) $2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$

例題4 (集合の要素の数)

集合 A に対して、その要素数を $\#A$ と表示する。(なお、集合の要素数のことを、濃度 (cardinality) と呼ぶ.)
以下の論理式がすべての有限集合 A, B に対して成立するかどうか証明または反証せよ.

- (a) $\#(A \cup B) = \#A + \#B$.
- (b) $\#(A - B) = \#A - \#(A \cap B)$.
- (c) $\#(A \times B) = \#A \times \#B$.
- (d) $\#A < \#(2^A)$.