

『離散構造』1章の演習問題

2008.12.5 (亀山)

Short Quiz の解答は、本日の授業終了時点までに解き提出しなさい。(学生番号、氏名を明記)

Short Quiz 論理記号を N 個含む命題 (論理式) の部分論理式のうち、相異なるものは、最大いくつあるか?

以下の演習問題は、次回の演習実施日までに解答を用意せよ。

問 1 次の文を論理式で表現せよ。ただし、文中にあらわれる x, y, z は自然数とする。

- (a) 単位を取るためには、授業へ出席し、試験で良い成績を取る必要がある。(基本命題; P = 「単位を取る」、 Q = 「授業へ出席する」、 R = 「試験で良い成績を取る」)
- (b) 教員が一生懸命授業をして、学生が一生懸命勉強すれば、単位を取れる。(基本命題; P = 「教員が一生懸命授業をする」、 Q = 「学生が一生懸命勉強する」、 R = 「単位を取れる」)
- (c) x は y と z の最小公倍数である。(基本命題として $a|b$ と $a = b$ を用いなさい。)
- (d) x は素数である。
- (e) x は約数が 10 個以上あって 1 以上である自然数のうち最小のものである。
- (f) x は、 $2^x < x^2$ を満たす唯一の自然数である。

問 2

次の命題の組が、それぞれ同値であることを真理値表を用いて示しなさい。

- (a) $A \Rightarrow B$ と $(\neg A) \vee B$
- (b) $\neg(A \vee B)$ と $(\neg A) \wedge (\neg B)$
- (c) $\neg(A \wedge B)$ と $(\neg A) \vee (\neg B)$
- (d) $\neg\neg A$ と A
- (e) $(A \wedge B) \vee C$ と $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$
- (f) $C \vee (A \wedge B)$ と $(C \vee A) \wedge (C \vee B)$

また、それぞれの組の左の命題を、右の命題に書きかえる操作を考える。命題が与えられたとき、それらの操作を繰返し適用したとする。どの操作も適用できなくなった時、得られた命題はどのような形か述べよ。

問 3 N 個の論理記号と、 M 個の相異なる基本命題を含む命題 (論理式) の真理値表のサイズは最大いくつか? (ただし、真理値表のサイズは、その表に書きこまれる T あるいは F の個数と定義する。)

問 4 新しい論理記号として $\otimes$ を導入し、その真偽値を以下のように定める。

- $\otimes(a, b, c)$ は、 a, b, c のうち 2 個以上が偽のとき真となり、それ以外のとき、偽となる

このとき、以下の問に答えよ。

- (a) $\otimes(a, T, F)$ が $\neg a$ と同値であることを示せ。
- (b) $\otimes(\otimes(a, b, T), T, F)$ が $a \vee b$ と同値であることを示せ。
- (c) $\otimes$ を適当に組み合わせて、 $a \wedge b$ と同値である論理式を作れ。