

授業の目的と概要

1

授業の目的と概要

- 問題意識
 - **モデル化**とは何か？何のためにやるのか？
 - モデル化の**手法**： 形式言語、計算モデル
 - モデル化の**目的**： アルゴリズム、決定手続き、性質の証明
- この授業で取り扱う計算モデルと形式言語
 - **有限オートマトン**と**正規表現**
 - **プッシュダウンオートマトン**と**文脈自由文法**
 - **チューリング機械**

2

例 1. Unixコマンドにおける正規表現

Unix shell の ls コマンド (ファイル名一覧)

```
% ls
automata2017.txt automaton2018.txt automobile.img
d-seminar2020.txt discrete2017.pdf mathinfo2020.xlsx
memo.docx
```

```
% ls auto*20??.txt
automaton2018.txt automata2017.txt
```

パターンマッチにおける「パターン」を表す表現として使う。

3

例 2. 文字列検索

与えられた文字列の中にmanabaという文字列は現れるか、を検査する

```
% grep '[a-z]*manaba[a-z]*' syllabus.html
```

<code>[a-c]*ababaa[a-c]*</code>	Unixでの表現
<code>(a+b+c)*ababaa(a+b+c)*</code>	ある教科書での正規表現
<code>(aUbUc)*ababaa(aUbUc)*</code>	この授業の教科書での正規表現

4

例3. プログラムの仕様のモデル化

仕様=満たすべき性質：ファイルをopenしたあとcloseしないでまたopenしたり、openしないでcloseしてはいけない

$a^*(oa^*c)^*a^*oa^*$

a...action (not open/close)

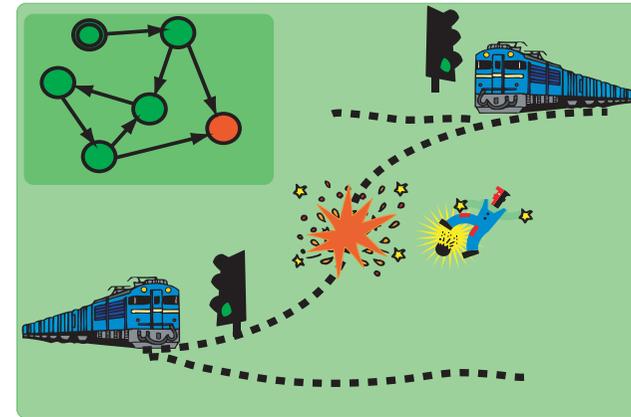
o...open

c...close

→プログラムの振る舞いもモデル化して、上記の仕様を満たすか機械的に検査する。(プログラム検証)

5

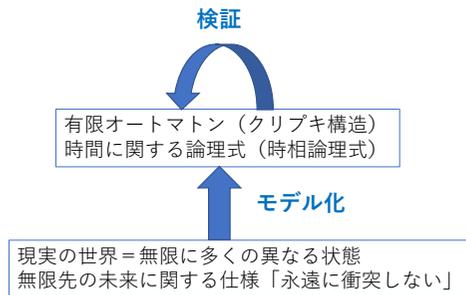
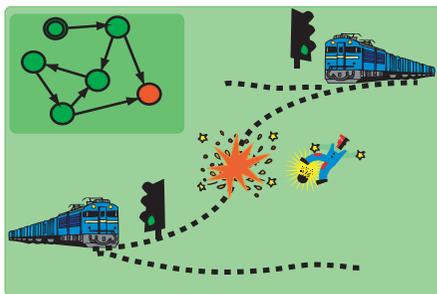
例4. 有限オートマトンを使ったモデル化



信号機(「連動」)の基本的な目的 → 電車が衝突しない

6

例4. 有限オートマトンを使ったモデル化



モデル検査によるシステム検証

[Clarke, Emerson, Sifakis, 2007年ACMチューリング賞]

1992年に 10^{20} 個の状態を持つシステムの検証に成功

7

有限オートマトンと正規表現の応用

• 最もシンプルな計算モデルとして、コンピュータ科学の非常に幅広い分野で使われる。

- 自然言語処理
- 機械学習
- セルオートマトン
- etc. etc. etc.

8

例5. 文脈自由文法の利用：言語の構文

$S \rightarrow A \mid S + A$
 $A \rightarrow B \mid A * B$
 $B \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid (S)$

導出例 $S \Rightarrow^*(3 + 4) * 5 + (7 * 2)$

多くのプログラム言語の構文は文脈自由文法で記述される。

BNF (Backus-Naur Form, Backus Normal Form)

9

例6. 文脈自由文法の応用: XMLの文法

文法例1

$S \rightarrow \langle \text{学生} \rangle A \langle / \text{学生} \rangle$
 $A \rightarrow \langle \text{学籍番号} \rangle C \langle / \text{学籍番号} \rangle \langle \text{氏名} \rangle D \langle / \text{氏名} \rangle B$
 $B \rightarrow \epsilon \mid \langle \text{電子メール} \rangle E \langle / \text{電子メール} \rangle B$
...

文法例2

$S \rightarrow \langle \text{html} \rangle H B \langle / \text{html} \rangle$
 $H \rightarrow \langle \text{head} \rangle A \langle / \text{head} \rangle$
 $B \rightarrow \langle \text{body} \rangle C \langle / \text{body} \rangle$
...

括弧構造や繰り返し構造の記述：

今日、非常に多くのドキュメントやファイルがXML形式で表現されている。

10

計算論（計算可能性の理論）

チューリング機械は、計算可能性と計算量の理論の基礎

- アルゴリズム理論における計算量（計算時間、使用メモリ量）の計算根拠は、多くの場合、チューリング機械
- 基礎理論「Church-Turingの提唱」：チューリング機械でできることこそ、計算機ができること（計算可能）
- 決定可能な問題 = チューリング機械でYES/NOが計算できる問題

11

形式言語・オートマトン理論

計算モデルの「基礎の基礎」

- これだけを知っていても仕事はできないだろう。☹️
- が、オートマトンぐらい知らないと話にならない。😊
- 定義は簡単だが（一人で学べるが）、この授業では、その上の性質やアルゴリズムなどを系統的に学ぶことができる。😊😊😊

12